



# WPŁYWU NIEOSIOWOŚCI OBCIĄŻENIA NA STATECZNOŚĆ STRUKTUR KOMPOZYTOWYCH

# PLAN PREZENTACJI

- GENEZA TEMATU
- PRZEDMIOT BADAŃ
- METODYKA BADAŃ
- ANALIZA STANU KRYTYCZNEGO
- NIELINIOWA ANALIZA STANU POKRYTYCZNEGO
- WNIOSKI



# GENEZA TEMATU



**USTROJE CIENKOŚCIENNE** – SĄ STOSOWANE NIEMAL WE WSZYSTKICH NOWOCZESNYCH KONSTRUKCJACH LOTNICZYCH, MOTORYZACYJNYCH ORAZ BUDOWLANYCH, TAKICH JAK M.IN.: SAMOLOTY, RAKIETY, POJAZDY, STATKI, MOSTY, ZBIORNIKI, KONSTRUKCJE BUDOWLANE.



**WADA** – UTRATA STATECZNOŚCI

**CECHA CHARAKTERYSTYCZNA** –

WYSOKA WYTRZYMAŁOŚĆ ORAZ SZTYWNOŚĆ PRZY NISKIEJ MASIE WŁASNEJ;

MOŻLIWOŚĆ PRACY PO UTRACIE STATECZNOŚCI



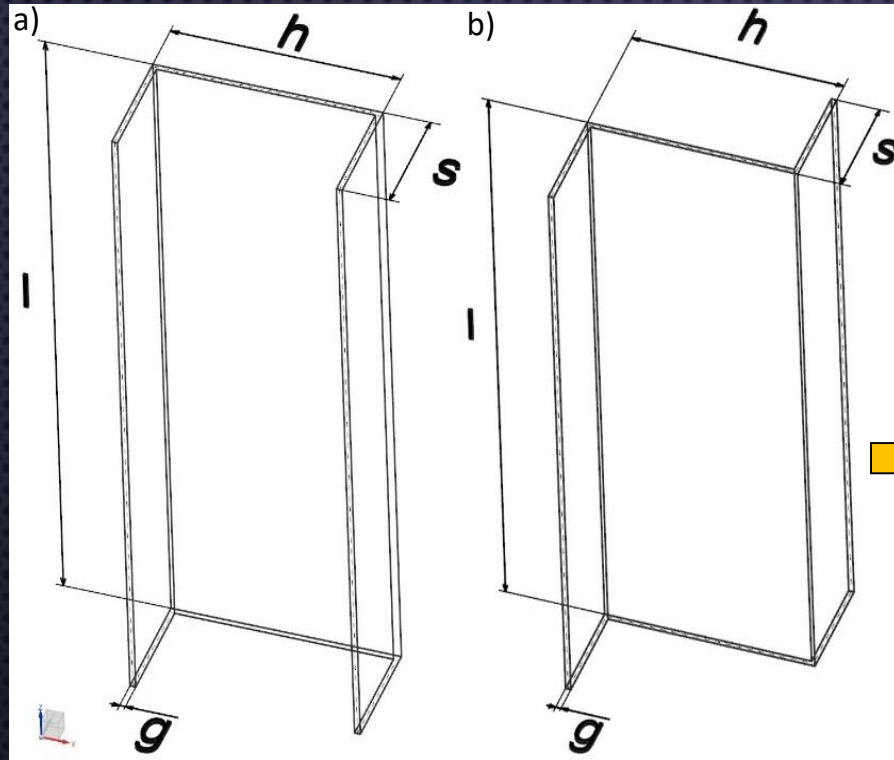
# GENEZA TEMATU

CIENKOŚCIENNE KONSTRUKCJE KOMPOZYTOWE STOSOWANE SĄ POWSZECHNIE M.IN. W PRZEMYŚLE LOTNICZYM.

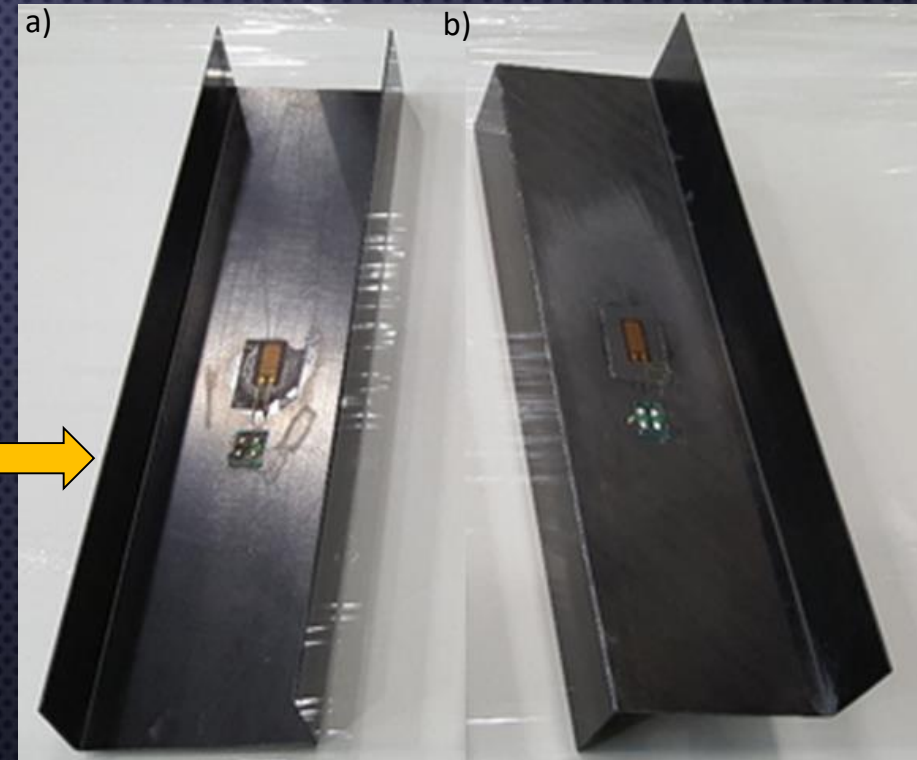
■ Zaawansowane kompozyty 50%   ■ Aluminium 20%   ■ Stal 10%   ■ Inne 5%



# PRZEDMIOT BADAŃ



**Rys. 1.** Modele geometryczne badanych profili o wymiarach:  $h=60\text{mm}$ ,  $s=30\text{mm}$ ,  $g=0,84\text{mm}$ ,  $l=250\text{mm}$ :  
a) model słupa o przekroju ceowym,  
b) model słupa o przekroju zetowym

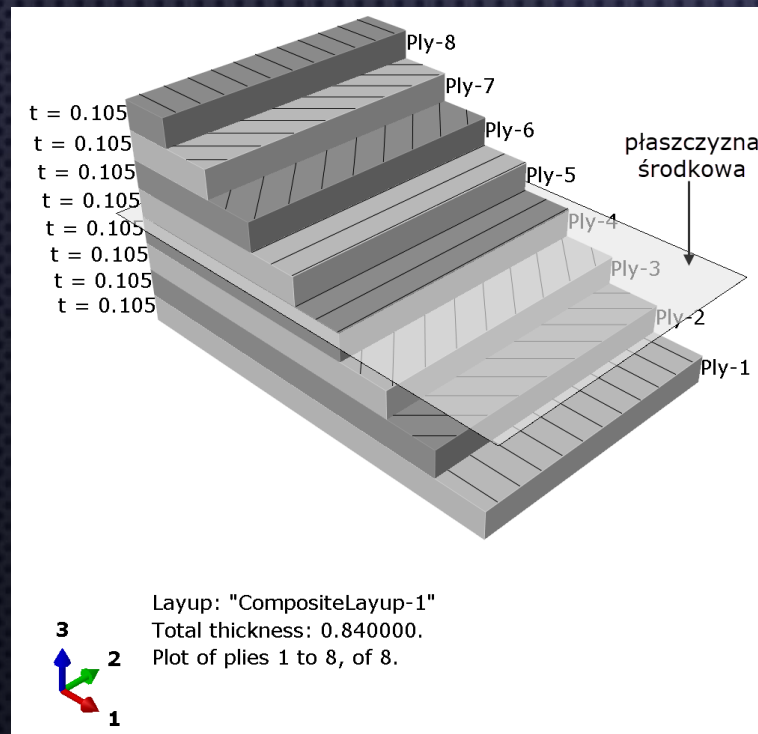


**Rys. 2.** Rzeczywiste słupy kompozytowe:  
a) słup o przekroju ceowym,  
b) słup o przekroju zetowym



# PRZEDMIOT BADAŃ

Do badań wybrano 4 konfiguracje ułożenia warstw, składające się każda z 8 warstw w symetrycznym układzie względem płaszczyzny środkowej laminatu. Słupy o przekroju ceowym oznaczono symbolami C2 do C5, natomiast próbki o przekroju zetowym Z2 do Z5.



Słup o przekroju ceowym	Słup o przekroju zetowym	Układ warstw laminatu
C2	Z2	$[ 0 / -45 / 45 / 90 / 90 / 45 / -45 / 0 ]_T$
C3	Z3	$[ 90 / -45 / 45 / 0 / 0 / 45 / -45 / 90 ]_T$
C4	Z4	$[ 45 / -45 / 90 / 0 / 0 / 90 / -45 / 45 ]_T$
C5	Z5	$[ 90 / 0 / 90 / 0 / 0 / 90 / 0 / 90 ]_T$

Tab.1. Zestawienie badanych układów warstw

Rys. 3. Układ warstw kompozytu C2-Z2

# PRZEDMIOT BADAŃ

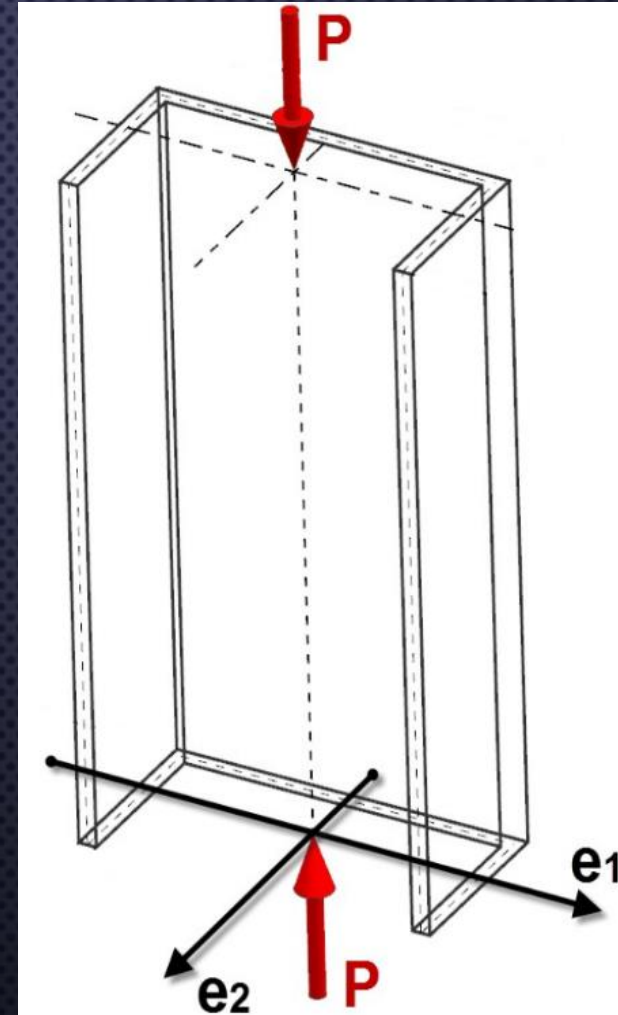
Moduł na rozciąganie		Moduł na ścinanie	Liczba Poissona	Wytrzymałość na rozciąganie		Wytrzymałość na ścinanie	Wytrzymałość na ściskanie	
$E_1 (0^\circ)$	$E_2 (90^\circ)$	$G_{1,2}$	$\nu_{12}$	$F_{TU1} (0^\circ)$	$F_{TU2} (90^\circ)$	$F_{SU} (45^\circ)$	$F_{CU1} (0^\circ)$	$F_{CU2} (90^\circ)$
GPa	MPa	MPa	-	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa
143,53	5826,29	3845,45	0,36	2220,70	49,03	83,50	641	114

**Tab.2.** Właściwości mechaniczne kompozytu węglowo-epoksydowego EP137 - CR527 / 100 - 35  
wyznaczone według norm ISO



# PRZEDMIOT BADAŃ

- NIEOSIOWOŚĆ OBCIĄŻENIA ŚCISKAJĄCEGO REALIZOWANO POPRZEZ ZMIANĘ WSPÓŁRZĘDNEJ PRZYŁOŻENIA SIŁY  $P$  W DWÓCH WZAJEMNIE PROSTOPADŁYCH KIERUNKACH. PRZYJĘTO, ŻE KIERUNEK RÓWNOLEGŁY DO ŚRÓDNIKA OZNACZONY BĘDZIE SYMBOLEM  $e_1$ , NATOMIAST KIERUNEK PROSTOPADŁY DO ŚRÓDNIKA SYMBOLEM  $e_2$ .
- ZAŁOŻONO, ŻE W PRZYPADKU SŁUPÓW O PRZEKROJU CEOWYM WARTOŚĆ NIEOSIOWOŚCI PRZYŁOŻENIA OBCIĄŻENIA ZAWARTA BĘDZIE W ZAKRESACH:  $e_1 < 0 \div 10 \text{ mm} >$  oraz  $e_2 < -6 \div 10 \text{ mm} >$ .
- WARTOŚĆ NIEOSIOWOŚCI PRZYŁOŻENIA OBCIĄŻENIA W PRZYPADKU PRZEKROJU ZETOWEGO ZMIENIANO W PRZEDZIAŁACH:  $e_1 < 0 \div 10 \text{ mm} >$  oraz  $e_2 < 0 \div 6 \text{ mm} >$ .



Rys. 4. Model geometryczny słupa zaznaczonymi kierunkami realizowania mimośrodowo obciążenia ściskającego  $e_1$  i  $e_2$



# STANOWISKO DO BADAŃ DOŚWIADCZALNYCH



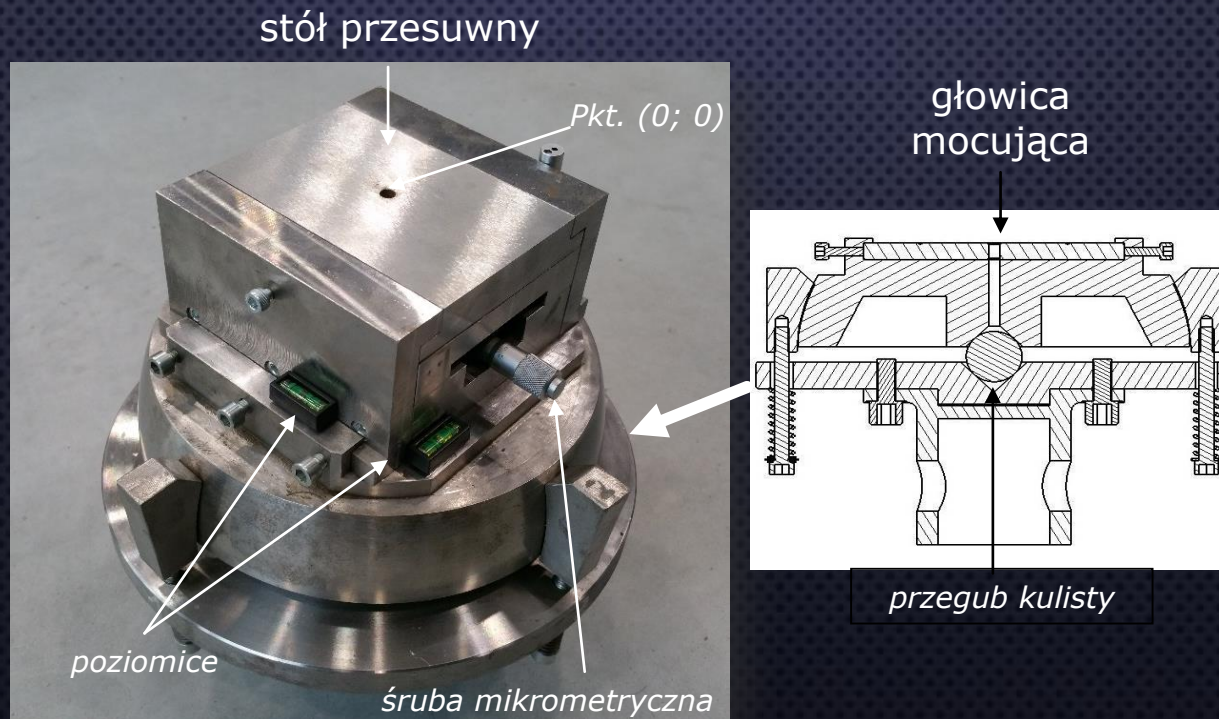
BADANIA DOŚWIADCZALNE  
PRZEPROWADZONO PRZY WYKORZYSTANIU  
STATYCZNEJ MASZYNY WYTRZYMAŁOŚCIOWEJ  
ZWICK - Z100 W TEMPERATURZE  
POKOJOWEJ, PRZY STAŁEJ PRĘDKOŚCI  
PRZEMIESZCZANIA TRAWERSY GÓRNEJ  
WYNOSZĄCEJ 2 mm/min.

Rys. 5. Statyczna maszyna wytrzymałościowa Zwick-100



# BADANIA DOŚWIADCZALNE

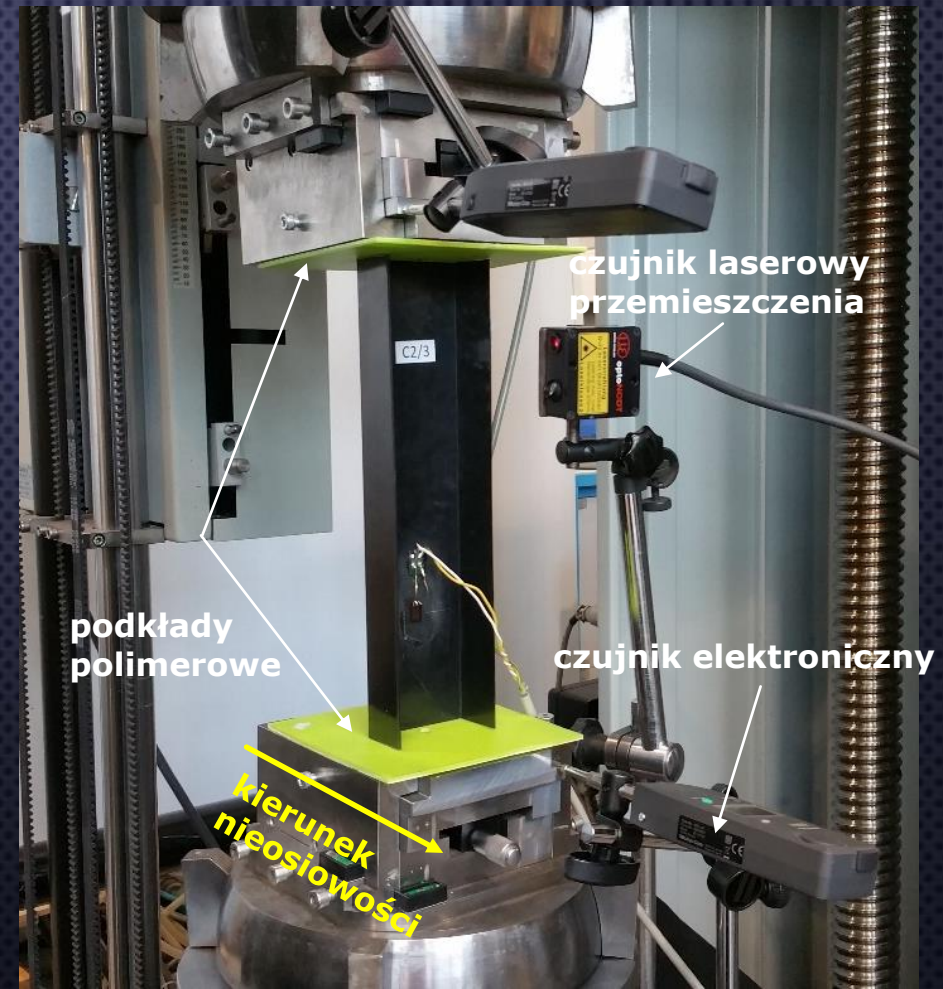
GŁOWICE PRZEGUBOWE ZOSTAŁY WYPOSAŻONE W SPECJALNIE ZAPROJEKTOWANE STOŁY PRZESUWNE, UMOŻLIWIAJĄCE PRZY POMOCY ŚRUBY MIKROMETRYCZNEJ PRECYZYJNE WPROWADZANIE WARTOŚCI NIEOSIOWOŚCI OBCIĄŻENIA ŚCISKAJĄCEGO.



Rys. 6. Głowica przegubowa maszyny wytrzymałościowej

# BADANIA DOŚWIADCZALNE

W CELU ZAPEWNIENIA KONTROLI REALIZACJI MIMOŚRODU OBCIĄŻENIA Z DOKŁADNOŚCIĄ DO 0,01mm ZASTOSOWANO UKŁAD POMIAROWY Z WYKORZYSTANIEM CZUJNIKÓW ELEKTRONICZNYCH. USTALANIE KIERUNKU REALIZACJI MIMOŚRODU OBCIĄŻENIA W DWÓCH WZAJEMNIE PROSTOPADŁYCH KIERUNKACH  $e_1$  i  $e_2$  PRZEPROWADZANO POPRZEC ODPOWIEDNIE USTAWIENIE PROFILU SŁUPA WZGLĘDEM OSI MASZYNY WYTRZYMAŁOŚCIOWEJ.

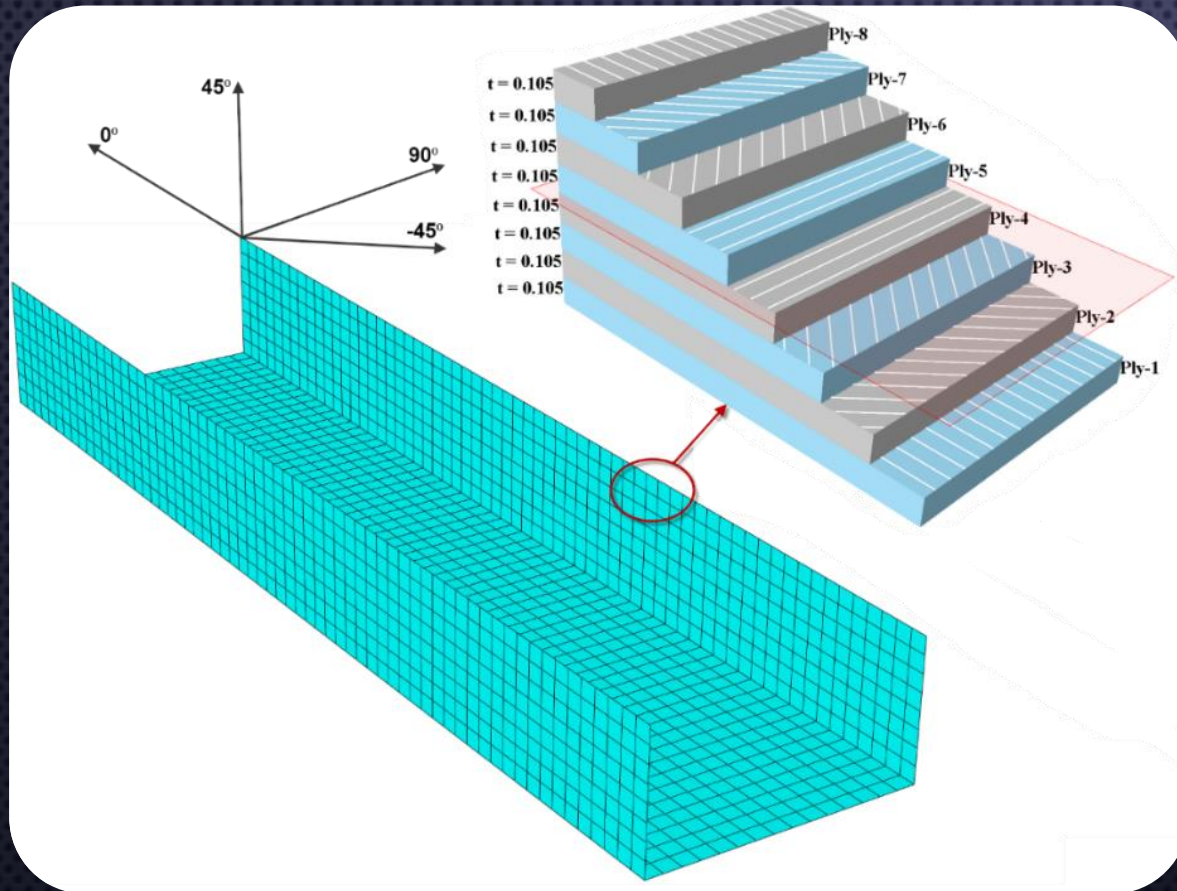


Rys. 7. Realizacja badań na stanowisku badawczym

11



# ANALIZA NUMERYCZNA



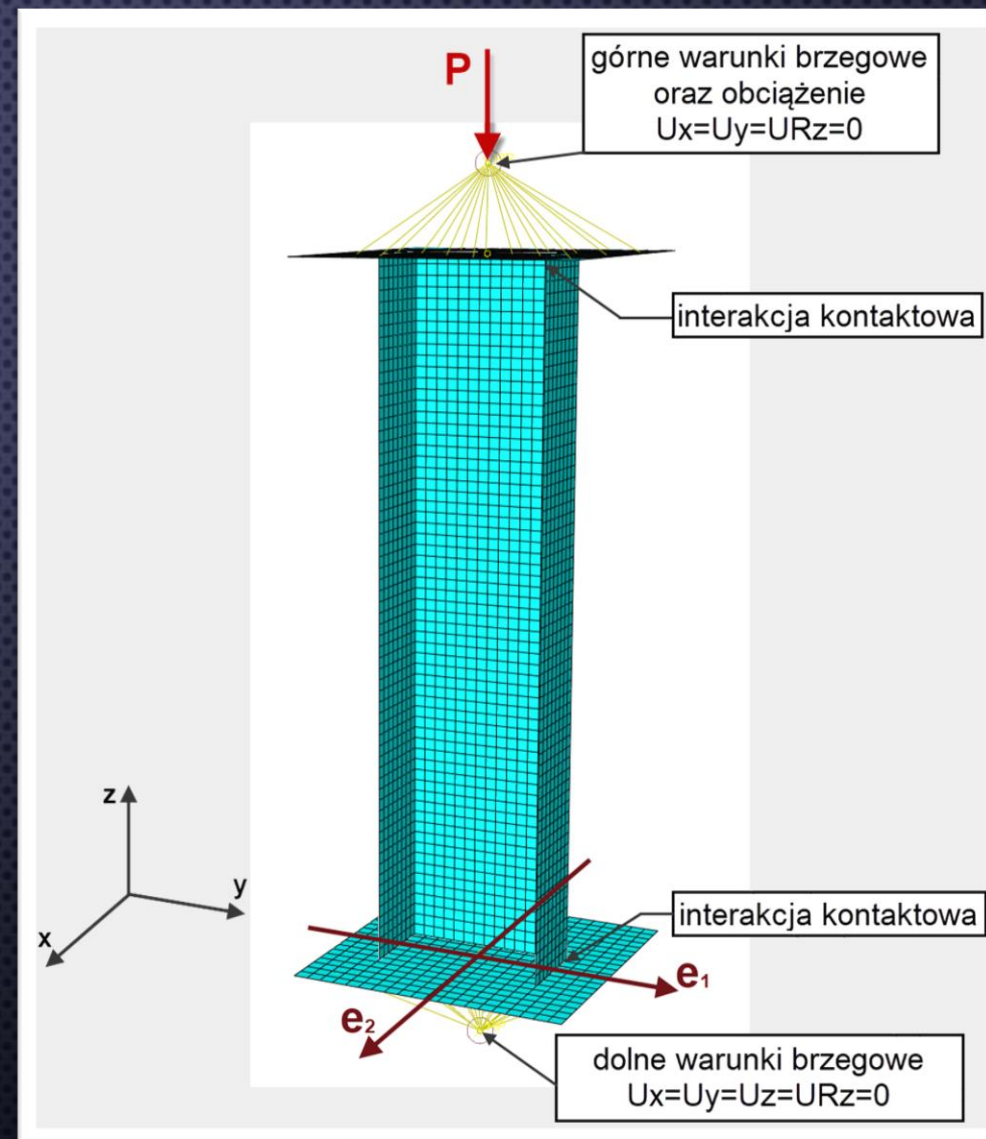
DYSKRETYZACJĘ KONSTRUKCJI PRZEPROWADZONO Z WYKORZYSTANIEM WARSTWOWYCH ELEMENTÓW POWŁOKOWYCH TYPU SHELL, POSIADAJĄCYCH TRZY TRANSLACYJNE ORAZ TRZY ROTACYJNE STOPNIE SWOBODY W KAŻDYM WĘZLE ELEMENTU – RYSUNEK 8.

Rys. 8. Numeryczny model z oznaczonymi kierunkami ułożenia włókien oraz strukturą kompozytu po grubości elementu powłokowego



# ANALIZA NUMERYCZNA

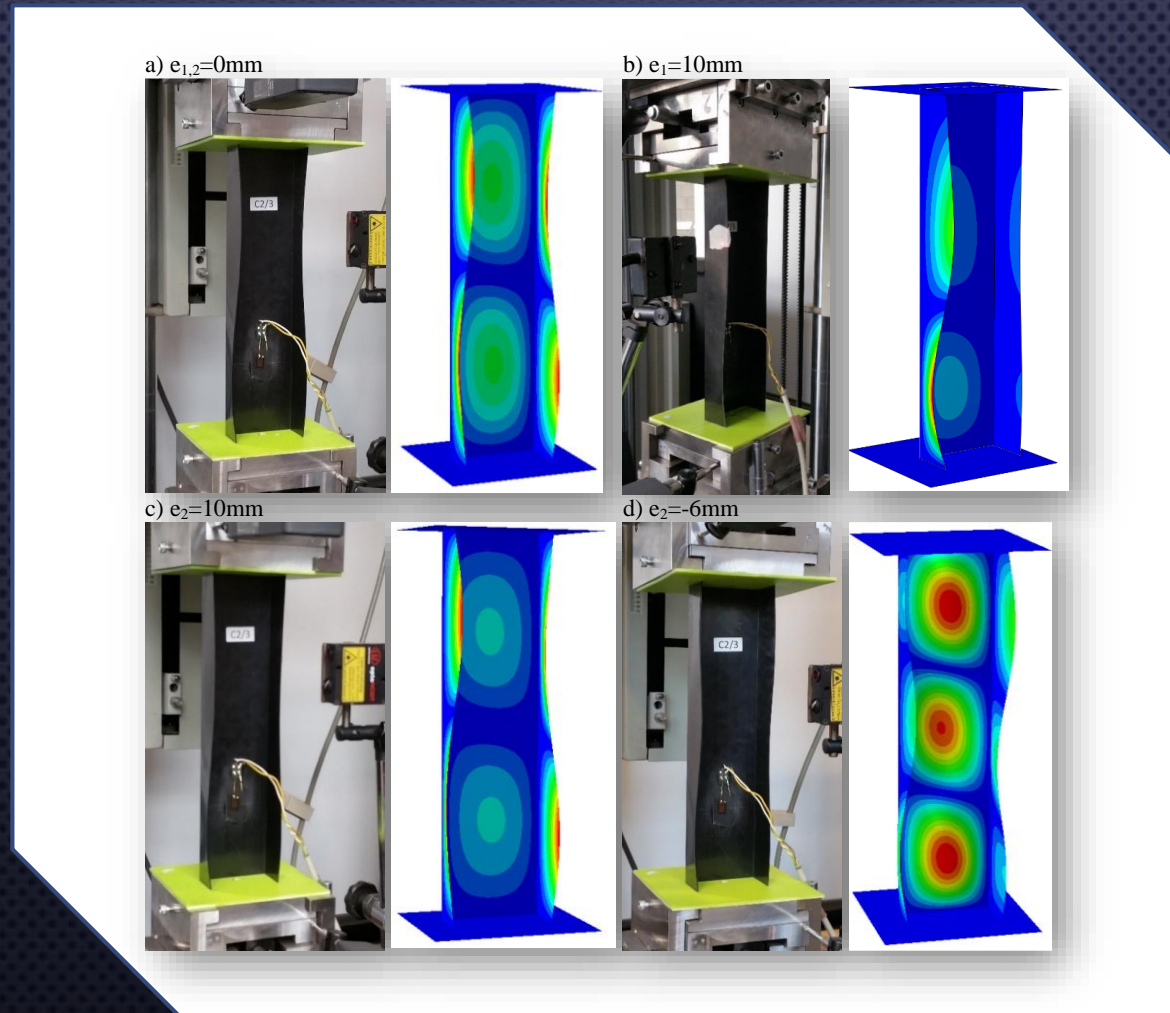
OBCIĄŻENIE KONSTRUKCJI  
REALIZOWANO POPRZEZ  
WPROWADZENIE ŚCISKAJĄCEJ SIŁY  
SKUPIONEJ  
W GÓRNYM PUNKCIE REFERENCYJNYM.  
WARTOŚĆ PARAMETRU NIEOSIOWOŚCI  
„e” WPROWADZANO POPRZEZ ZMIANĘ  
POŁOŻENIA MODELU SŁUPA WZGLĘDEM  
SZTYWNYCH PŁYT, PRZESUWAJĄC GO  
ODPOWIEDNIO O WARTOŚĆ MIMOŚRODU  
W KIERUNKU  $e_1$  LUB  $e_2$ .



Rys. 9. Model dyskretny z prezentacją warunków brzegowych, kierunków nieosiowości obciążenia oraz sposobem wprowadzenia siły ściskającej

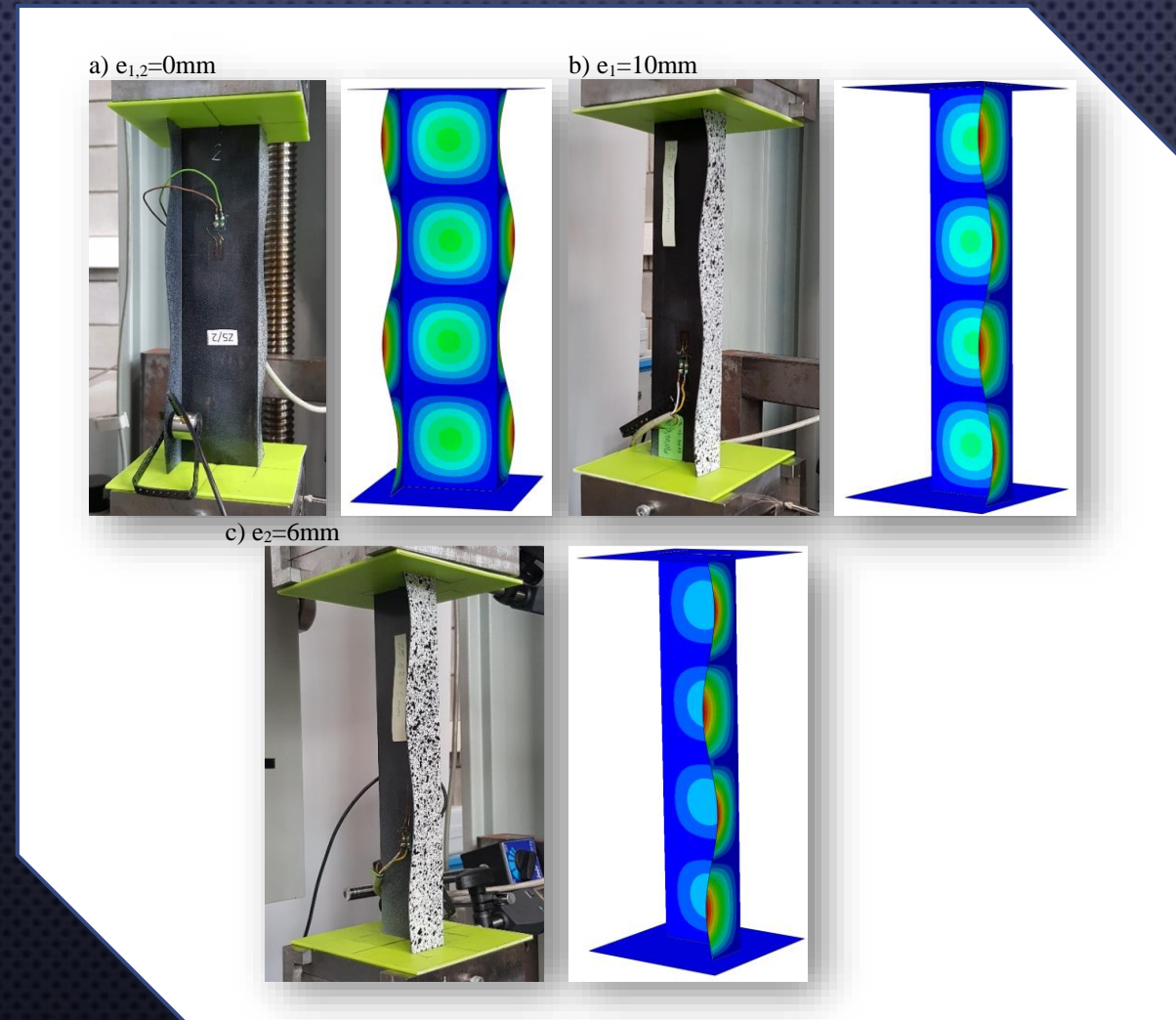


# ANALIZA STANU KRYTYCZNEGO SŁUPA O PRZEKROJU CEOWYM



**Rys. 10.** Postacie utraty stateczności słupa o przekroju ceowym C2 – wyniki badań doświadczalnych i numerycznych:  
a) ściskanie osiowe  $e_{1,2}=0$ , b) mimośród  $e_1=10\text{mm}$ , c) mimośród  $e_2=10\text{mm}$ , d) mimośród  $e_2=-6\text{mm}$

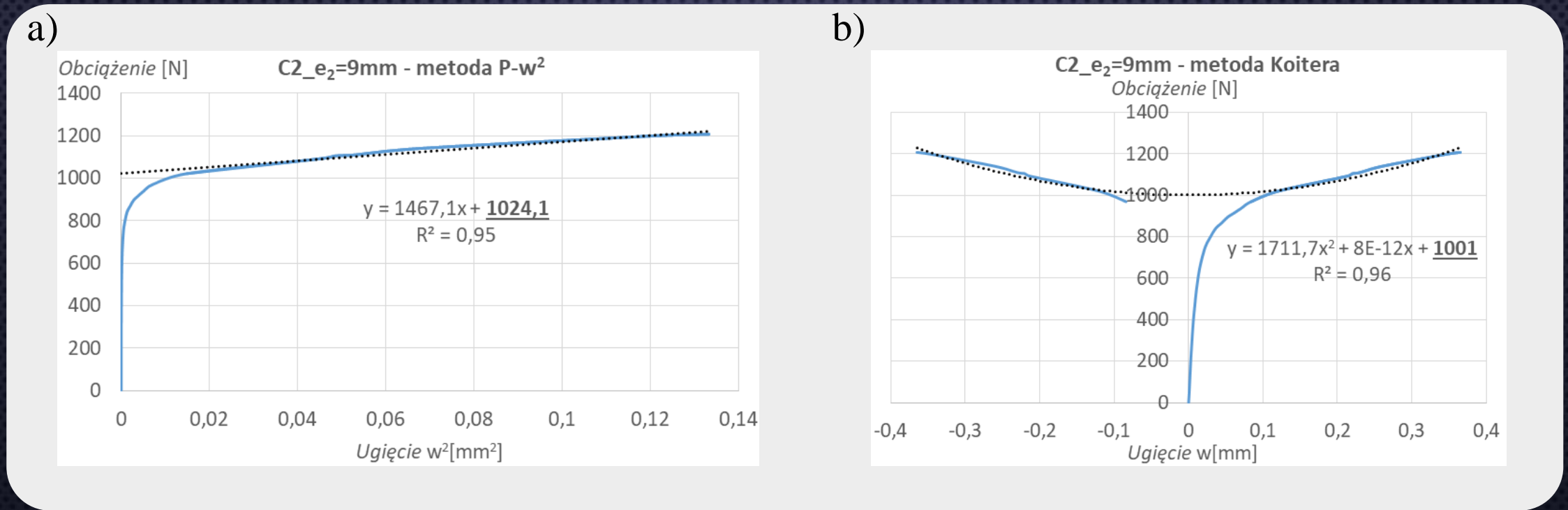
# ANALIZA STANU KRYTYCZNEGO SŁUPA O PRZEKROJU ZETOWYM



Rys. 11. Postacie utraty stateczności słupa o przekroju zetowym Z5 – wyniki badań doświadczalnych i numerycznych:  
a) ścisnienie osiowe  $e_{1,2}=0$ , b) mimośród  $e_1=10\text{mm}$ , c) mimośród  $e_2=6\text{mm}$

# APROKSYMACYJNE METODY WYZNACZANIA SIŁY KRYTYCZNEJ

DO OKREŚLENIA WARTOŚCI OBCIĄŻENIA KRYTYCZNEGO KONSTRUKCJI RZECZYWISTEJ ZASTOSOWANO DWIE NIEZALEŻNE APROKSYMACYJNE METODY: METODĘ  $P-w^2$  ORAZ METODĘ KOITERA.



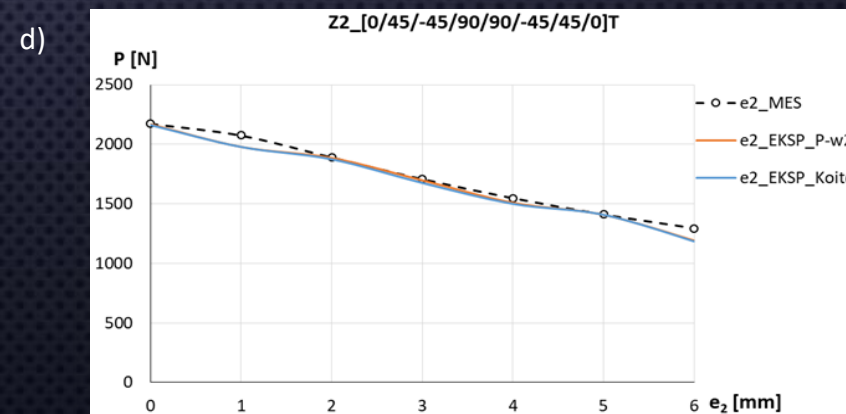
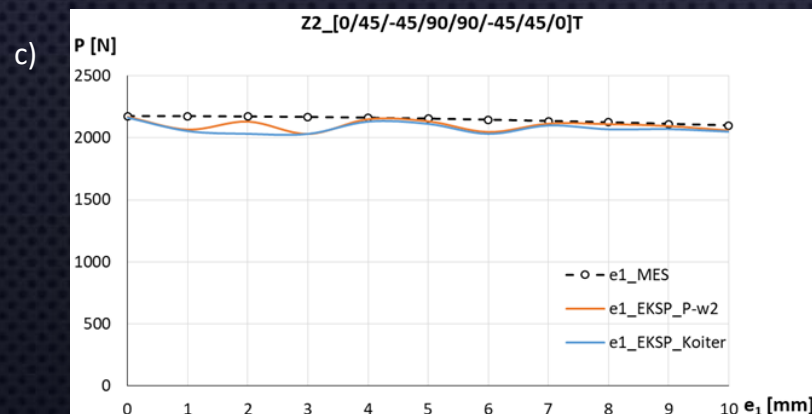
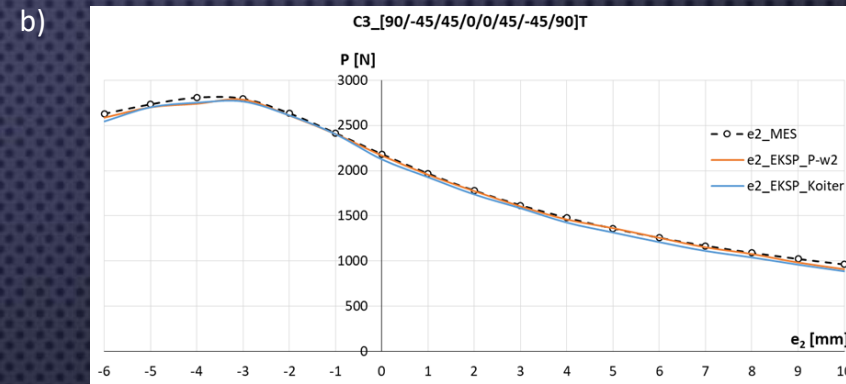
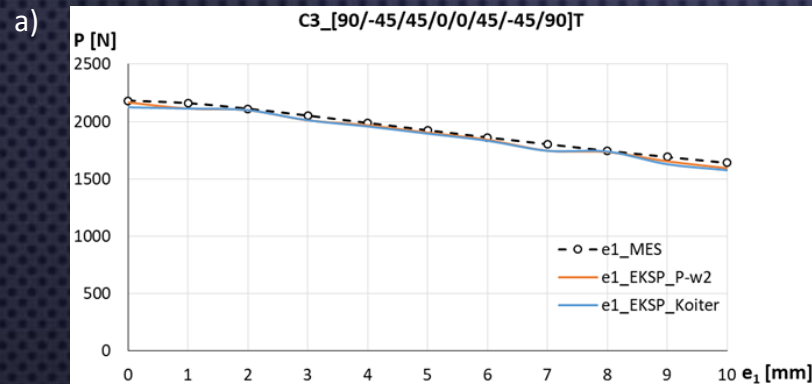
Rys. 12. Aproxymacyjne wartości obciążenia krytycznego słupów poddanych ścisnaniu mimośrodowemu:  
a) C2\_e2= 9mm - metoda P-w<sup>2</sup>, b) C2\_e2= 9mm - metoda Koitera





# ANALIZA STANU KRYTYCZNEGO

PRZEDSTAWIONE WYKRESY PREZENTUJĄ ZALEŻNOŚĆ WYZNACZONYCH WARTOŚCI SIŁY KRYTYCZNYCH OD WARTOŚCI MIMOŚRODU OBCIĄŻENIA.

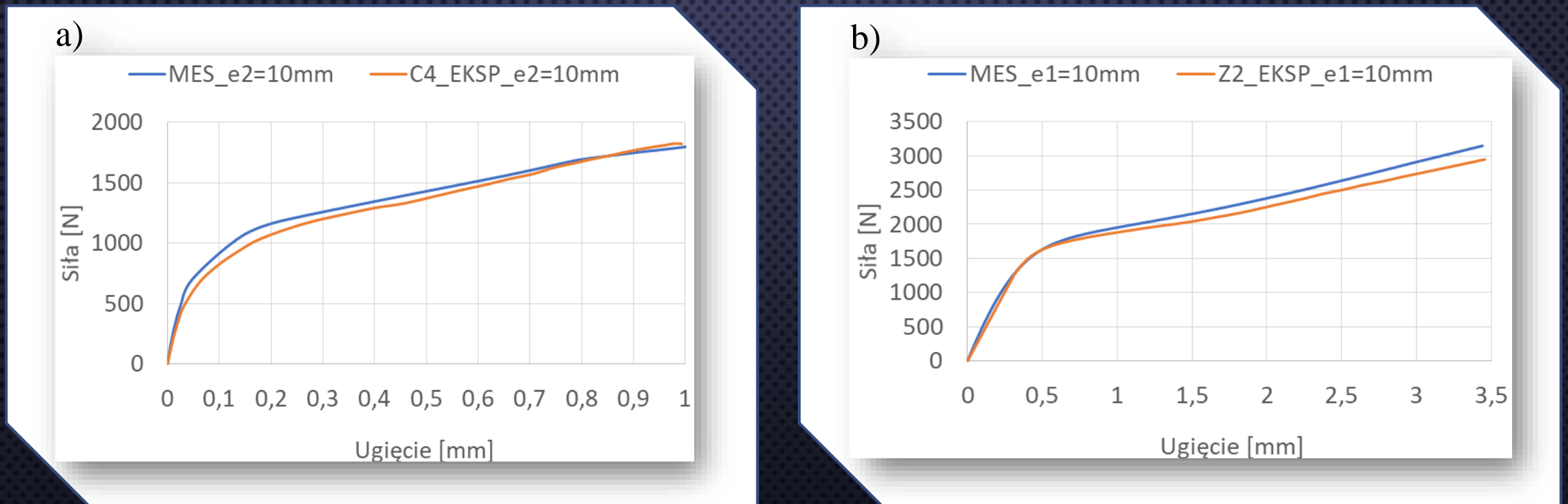


Rys. 13. Wpływ nieosiowości obciążenia ściskającego na wartość siły krytycznej: a) słup C3 w kierunku  $e_1$ , b) słup C3 w kierunku  $e_2$ , c) słup Z2 w kierunku  $e_1$ , d) słup Z2 w kierunku  $e_2$



# NIELINIOWA ANALIZA STANU POKRYTYCZNEGO

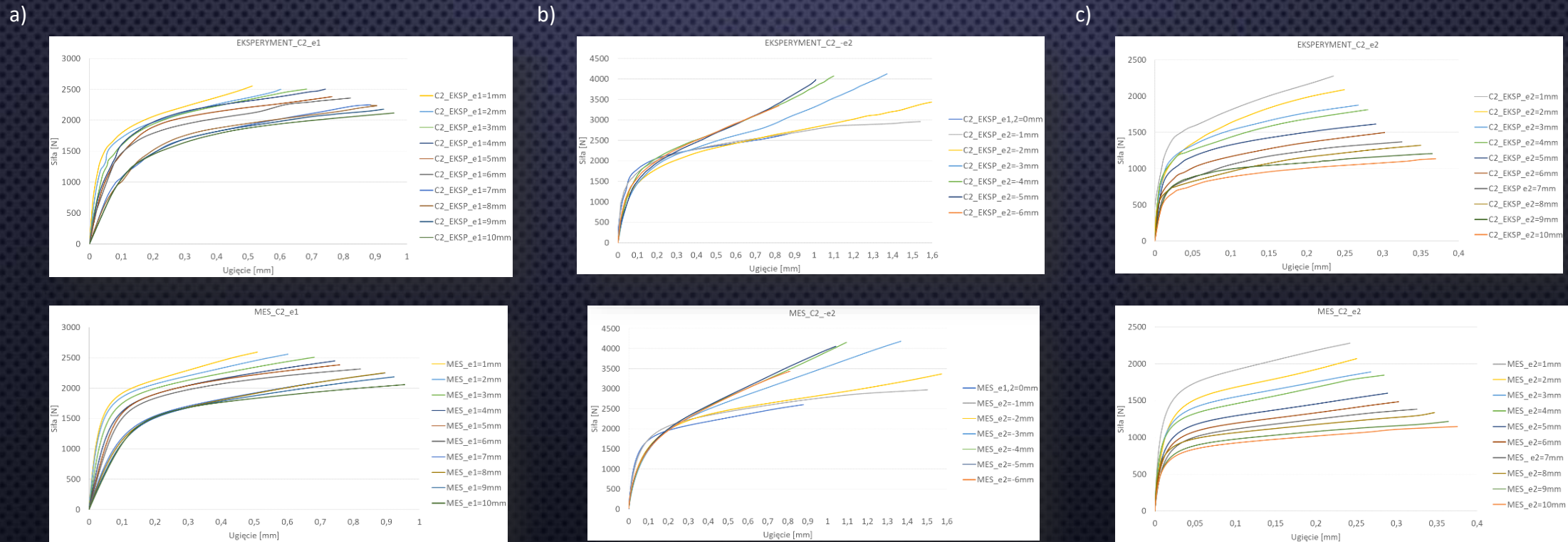
W PIERWSZYM ETAPIE ANALIZY STANU POKRYTYCZNEGO WYZNACZONO I PORÓWNANO CHARAKTERYSTYKI EKSPERYMENTALNEJ I NUMERYCZNE BADANYCH SŁUPÓW. OTRZYMANE CHARAKTERYSTYKI WYKAZAŁY WYSOKĄ ZGODNOŚĆ CO POTWIERDZIŁA SŁUSZNOŚĆ PRZYJĘTYCH METOD BADAWCZYCH.



Rys. 14. Doświadczalne i numeryczne pokrytyczne ścieżki równowagi: a) słup C4 - mimośród  $e_2=10\text{mm}$ , b) słup Z2 - mimośród  $e_1=10\text{mm}$

# NIELINIOWA ANALIZA STANU POKRYTYCZNEGO SŁUPA O PRZEKROJU CEOWYM

PRZEDSTAWIONE WYKRESY PREZENTUJĄ WYNIKI BADAŃ DOŚWIADCZALNYCH ORAZ NUMERYCZNYCH PRACY KONSTRUKCJI W STANIE POKRYTYCZNYM.

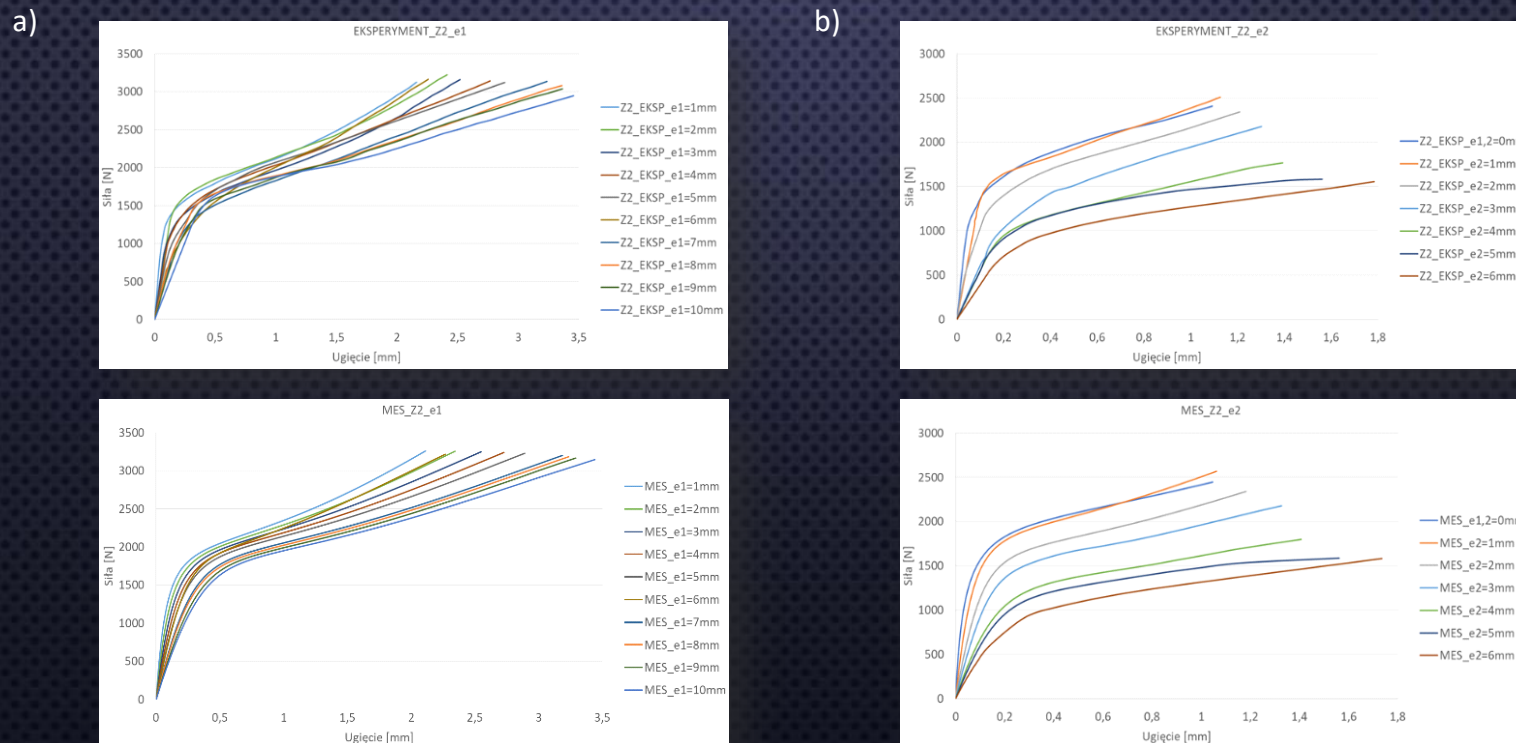


**Rys. 15.** Doświadczalne i numeryczne pokrytne ścieżki równowagi słupa C2 przy realizacji mimośrodowego obciążenia ściskającego: a) w kierunku  $e_1$ , b) w kierunku  $-e_2$ , c) w kierunku  $e_2$



# NIELINIOWA ANALIZA STANU POKRYTYCZNEGO SŁUPA O PRZEKROJU ZETOWYM

PRZEPROWADZONE BADANIA STANU POKRYTYCZNEGO SŁUPÓW O PRZEKROJU ZETOWYM WYKAZUJĄ SPADEK SZTYWNOŚCI POKRYTYCZNYCH CHARAKTERYSTYK SPOWODOWANE WZROSTEM MIMOŚRODU OBCIĄŻENIA W OBYDWU ANALIZOWANYCH KIERUNKACH.

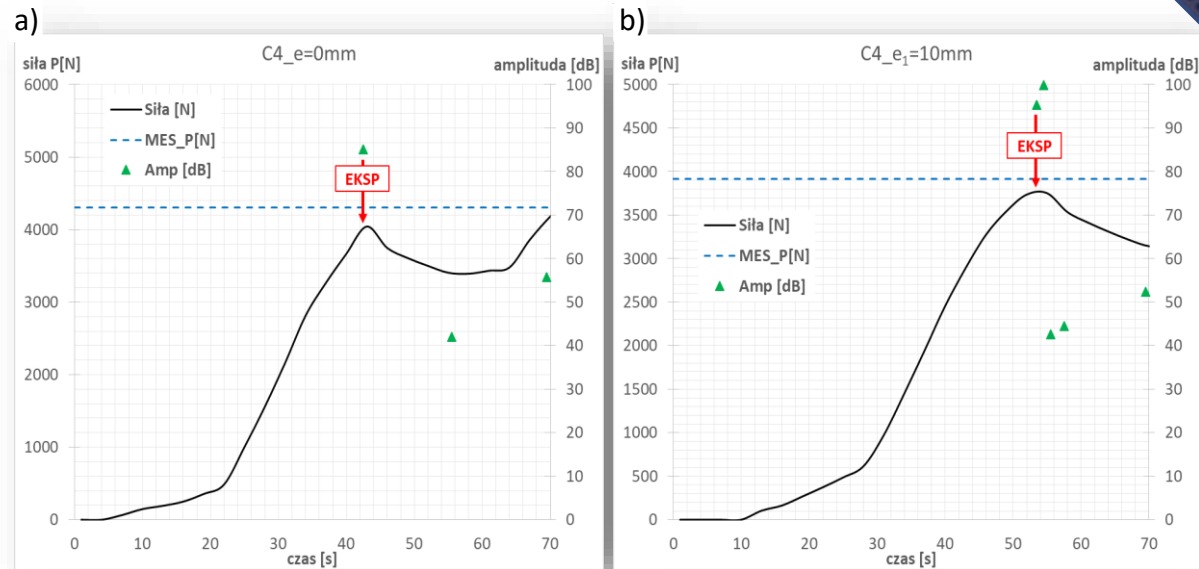


Rys. 16. Doświadczalne i numeryczne pokrytyczne ścieżki równowagi słupa Z2 przy realizacji mimośrodu obciążenia:  
a) w kierunku  $e_1$ , b) w kierunku  $e_2$

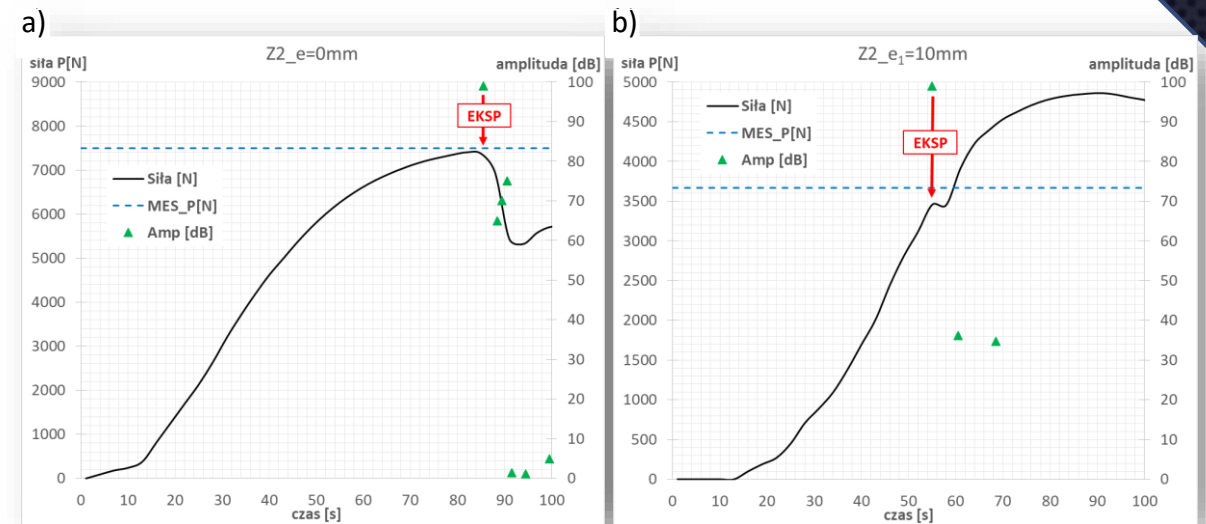


# INICJACJA ZNISZCZENIA STRUKTURY KOMPOZYTU

BADANIA ŚCISKANIA SŁUPÓW O PRZEKROJU CEOWYM I ZETOWYM PROWADZONO DO MOMENTU ZAREJESTROWANIA PIERWSZYCH OZNAK MOGĄCYCH ŚWIADCZYĆ O POCZĄTKU PROCESU USZKODZENIA MATERIAŁU KOMPOZYTOWEGO.



**Rys. 17.** Słup C4 – siła inicjująca zniszczenie:  
a) ściskanie osiowe  $e_{1,2}=0\text{mm}$ , b) mimośród  $e_1=10\text{mm}$ ,

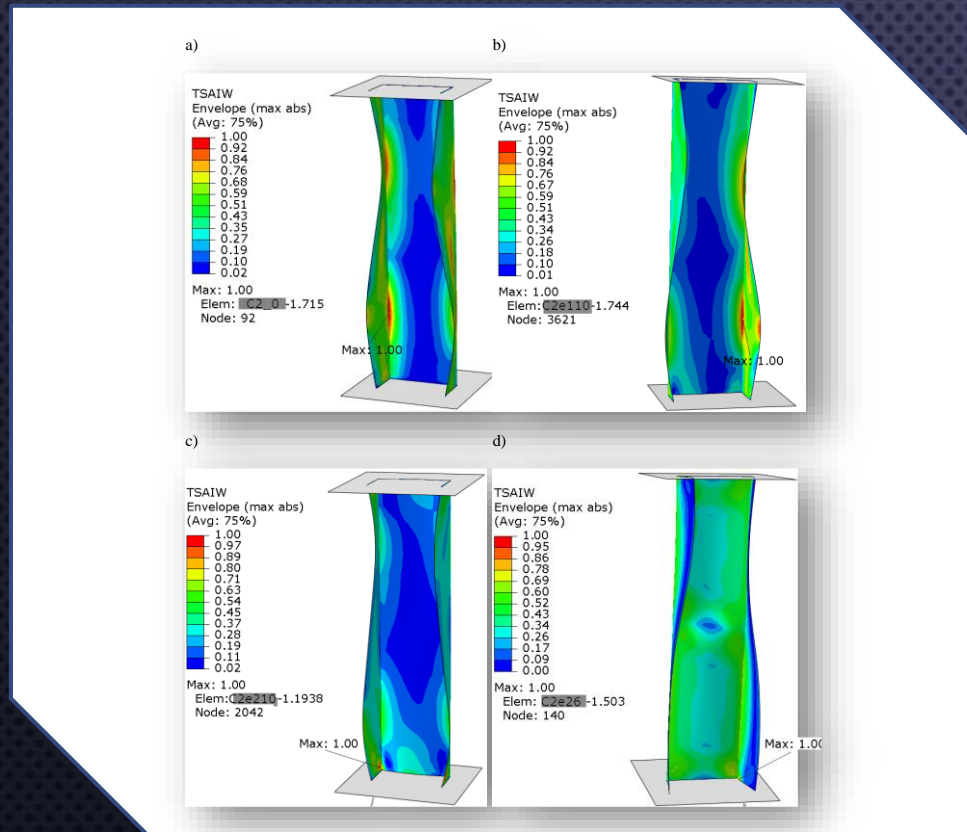


**Rys. 18.** Słup Z2 – siła inicjująca zniszczenie:  
a) ściskanie osiowe  $e_{1,2}=0\text{mm}$ , b) mimośród  $e_1=10\text{mm}$

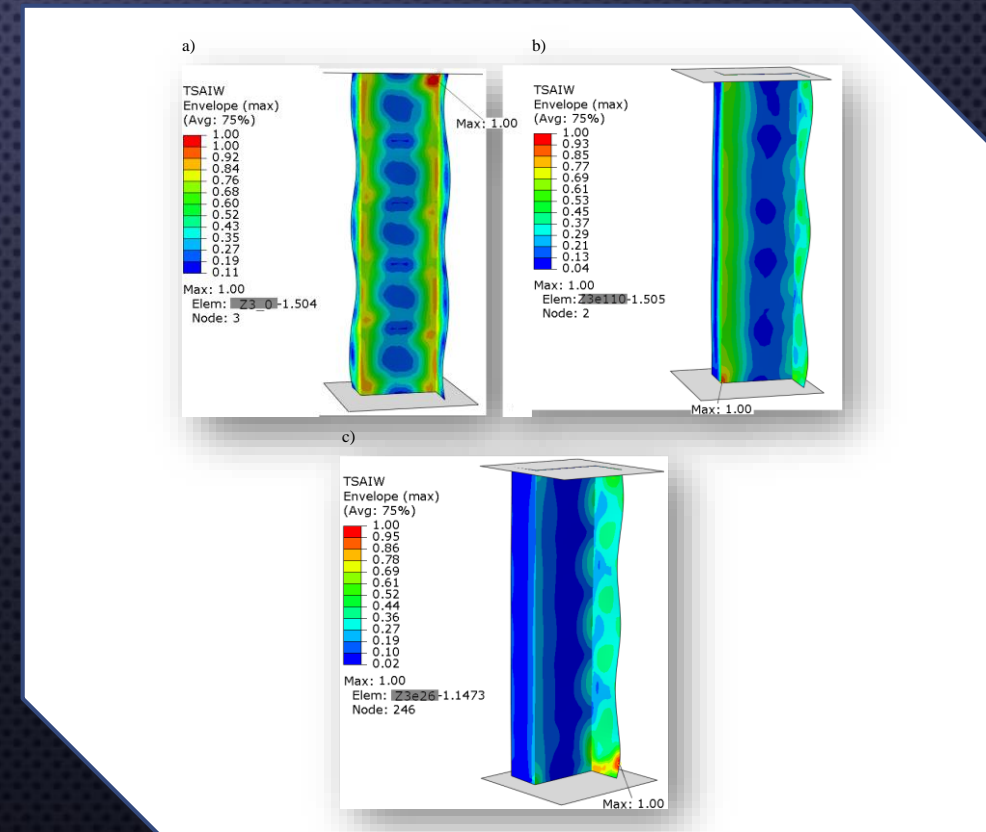


# INICJACJA ZNISZCZENIA STRUKTURY KOMPOZYTU

NA RYSUNKACH ZAPREZENTOWANO WYNIKI OBLICZEŃ NUMERYCZNYCH PRZEDSTAWIAJĄCE OBSZARY, W KTÓRYCH NASTĄPIŁA INICJACJA USZKODZENIA PIERWSZEJ WARSTWY KOMPOZYTU.



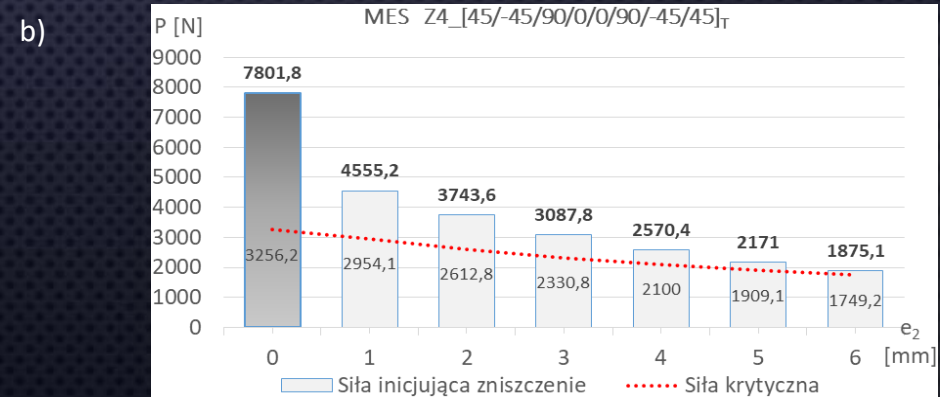
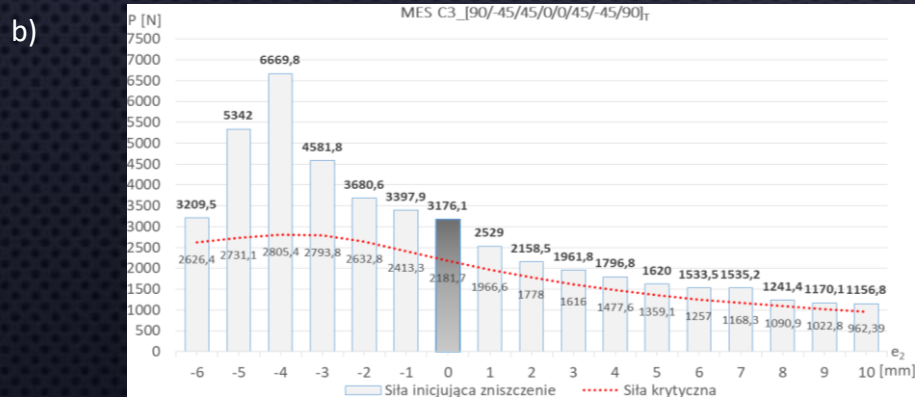
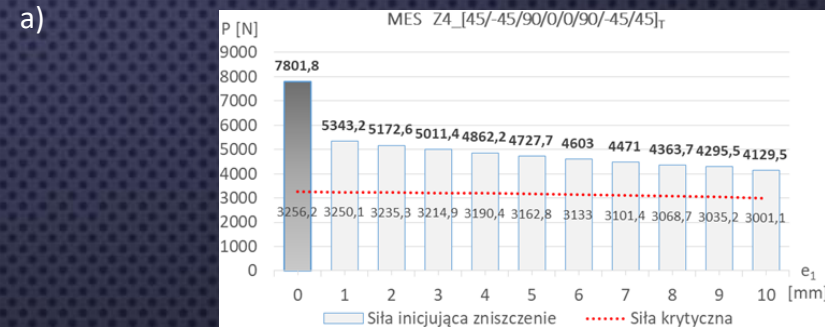
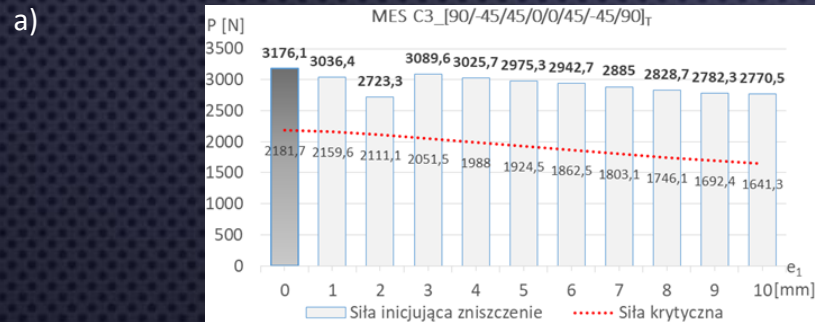
**Rys. 19.** Słup C2 – mapy parametru krytycznego Tsai-Wu:  
a) ściskanie osiowe  $e_{1,2}=0\text{mm}$ , b) mimośród  $e_1=10\text{mm}$ , c) mimośród  $e_2=10\text{mm}$ , d) mimośród  $e_2=-6\text{mm}$



**Rys. 20.** Słup Z3 – mapy parametru krytycznego Tsai-Wu:  
a) ściskanie osiowe  $e_{1,2}=0\text{mm}$ , b) mimośród  $e_1=10\text{mm}$ , c) mimośród  $e_2=6\text{mm}$

# INICJACJA ZNISZCZENIA STRUKTURY KOMPOZYTU

W WYNIKU PRZEPROWADZONEJ ANALIZY STANU POKRYTYCZNEGO OPRACOWANO WYKRESY PREZENTUJĄCE ZALEŻNOŚCI SIŁY INICJUJĄCEJ ZNISZCZENIE OD WARTOŚCI MIMOŚRODU OBCIĄŻENIA.



**Rys. 21.** Wartość siły inicjującej zniszczenie pierwszej warstwy słupa C3 odpowiadająca realizacji nieosiowości: a) w kierunku  $e_1$ , b) w kierunku  $e_2$

**Rys. 22.** Wartość siły inicjującej zniszczenie pierwszej warstwy słupa Z4 odpowiadające realizacji nieosiowości: a) w kierunku  $e_1$ , b) w kierunku  $e_2$



# WNIOSKI

- PRZEPROWADZONE W PRACY BADANIA WYKAZAŁY WYSOKĄ JAKOŚCIOWĄ ORAZ ILOŚCIOWĄ ZGODNOŚĆ WYNIKÓW OBLICZEŃ NUMERYCZNYCH Z WYNIKAMI BADAŃ DOŚWIADCZALNYCH.
- OTRZYMANE WYNIKI WYKAZAŁY ISTOTNY WPŁYW MIMOŚRODU OBCIĄŻENIA ŚCISKAJĄCEGO NA UTRATĘ STATECZNOŚCI KONSTRUKCJI KOMPOZYTOWEJ (W ODNIESIENIU DO PRZYPADKU ŚCISKANIA OSIOWEGO):
  - ✓ W KIERUNKU  $e_1$  MAKSYMALNE OBNIŻENIE WARTOŚCI OBCIĄŻENIA KRYTYCZNEGO WYNIOSŁO 28%,
  - ✓ W KIERUNKU  $e_{2(+)}$  MAKSYMALNE OBNIŻENIE WARTOŚCI OBCIĄŻENIA KRYTYCZNEGO WYNIOSŁO 58%,
  - ✓ W KIERUNKU  $e_{2(-)}$  MAKSYMALNY WZROSTU WARTOŚCI OBCIĄŻENIA KRYTYCZNEGO WYNIOSŁ 53%.
- PRZEPROWADZONE BADANIA POZWOLIŁY RÓWNIEŻ NA ILOŚCIOWĄ OCENĘ WPŁYWU UKŁADU WARSTW KOMPOZYTU NA PRACĘ KONSTRUKCJI PODDANEJ ŚCISKANIU NIEOSIOWEMU:
  - ✓ NAJMNIEJSZĄ SZTYWNOŚĆ POKRYTYCZNYCH CHARAKTERYSTYK POSIADAJĄ SŁUPY C3 I Z3 O KONFIGURACJI WŁÓKIEN  $[90/-45/45/0]_s$ ,
  - ✓ NAJWYŻSZĄ SZTYWNOŚĆ POKRYTYCZNYCH CHARAKTERYSTYK ZACHOWUJĄ SŁUPY C2 I Z2 O KONFIGURACJI WŁÓKIEN  $[0/-45/45/90]_s$ .
- ZAPROPONOWANA W PRACY METODYKA BADAŃ UMOŻLIWIA ROZWIĄZANIE ZAGADNIENIA STATECZNOŚCI I OPISU PRACY ŚCISKANYCH NIEOSIOWO CIENKOŚCIENNYCH KONSTRUKCJI KOMPOZYTOWYCH W ZAKRESIE POKRYTYCZNYM.





# DZIĘKUJĘ ZA UWAGĘ !!!

## Wpływu nieosiowości obciążenia na stateczność struktur kompozytowych

POLITECHNIKA LUBELSKA  
Katedra Podstaw Konstrukcji  
Maszyn i Mechatroniki  
dr inż. Paweł Wysmulski

---

Projekt „Politechnika Lubelska – Regionalna Inicjatywa Doskonałości”  
– finansowany ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego



Ministerstwo  
Nauki  
i Szkolnictwa  
Wyższego

