POLITECHNIKA
LUBELSKA

Teoria maszyn i mechanizmów (TMM)

Informacje ogólne o ruchu członu nieodkształcalnego

POLITECHNIKA LUBELSKA

Informacje ogólne

Kinematyka zajmuje się badaniem ruchu bez uwzględnienia przyczyn go powodujących. Opis ruchu wymaga dwóch podstawowych jednostek: długości w metrach i czasu w sekundach. Pozostałe jednostki są pochodnymi. Ruch jest pojęciem względnym i jego opis zależy od przyjętego układu odniesienia.

W zadaniu analizy zakłada się, że ruch członu napędzającego jest znany, a poszukiwane są parametry ruchu pozostałych członów mechanizmu względem podstawy. Celem analizy kinematycznej może być wyznaczenie:

- położenia członów lub torów punktów,
- prędkości,
- przyspieszeń.

Płatne ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego na podstawie umowy nr 030/RID/2018/19 z dnia 19.12.2018 r.

POLITECHNIKA
LUBELSKA

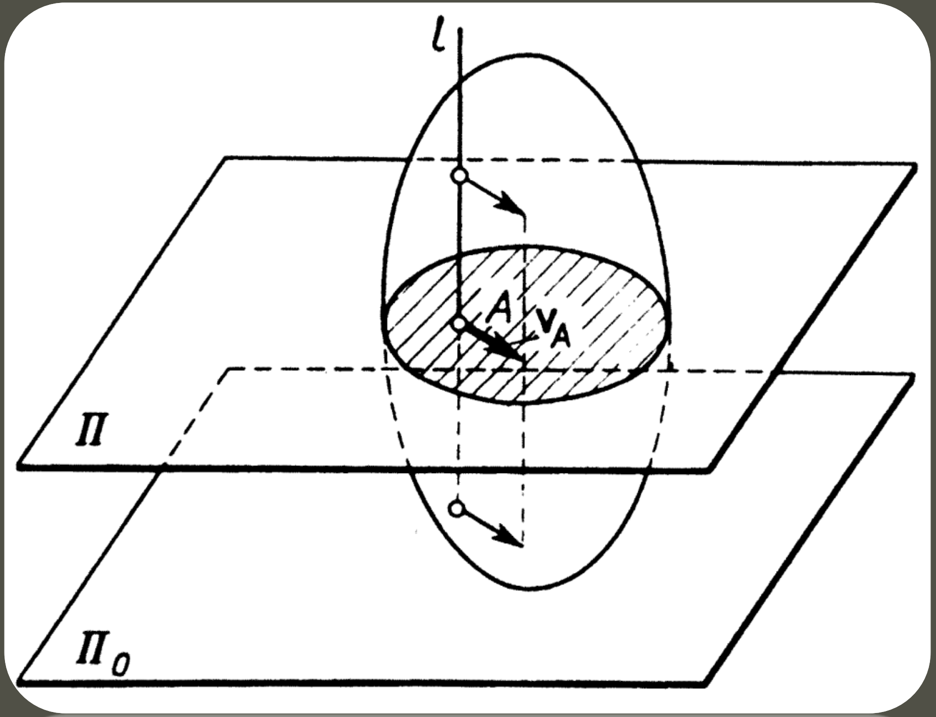
Informacje ogólne

Typy ruchu ciała sztywnego:

1. Ruch płaski:
- postępowy - prostoliniowy i krzywoliniowy,
- obrotowy.

2. Ruch przestrzenny:
- kulisty,
- śrubowy,
- ogólny.

Ruch płaski ciała sztywnego zachodzi wtedy, jeśli wszystkie punkty ciała poruszają się w płaszczyznach równoległych do pewnej nieruchomej płaszczyzny.
Rozszerzając tę definicję na wszystkie człony ruchome mechanizmu wydziela się grupę zwaną *mechanizmami płaskimi*.
Większość mechanizmów stosowanych w praktyce zalicza się do tej grupy.



Rys. [Leyko 2012]

Płatne ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego na podstawie umowy nr 030/RID/2018/19 z dnia 19.12.2018 r.

POLITECHNIKA LUBELSKA

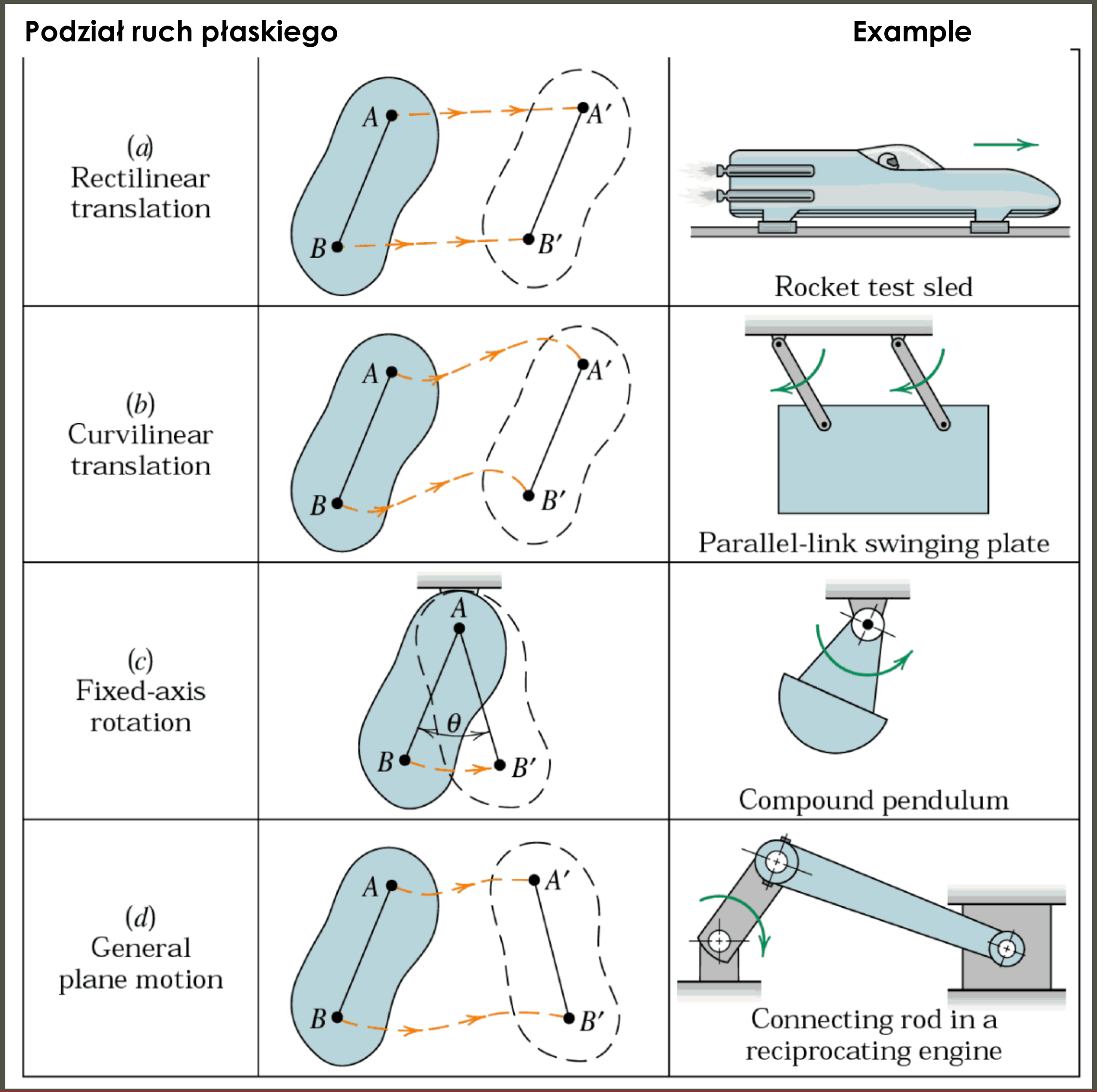
Informacje ogólne

1. Ruch postępowy
   - 1.1. Ruch prostoliniowy
   - 1.2 Ruch krzywoliniowy

2. Ruch obrotowy

Ruch płaski

Rys. [http://pioneer.netserv.chula.ac.th/~pphongsa/mech1/dynamics/ch4.pdf]



Płatne ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego na podstawie umowy nr 030/RID/2018/19 z dnia 19.12.2018 r.

POLITECHNIKA LUBELSKA

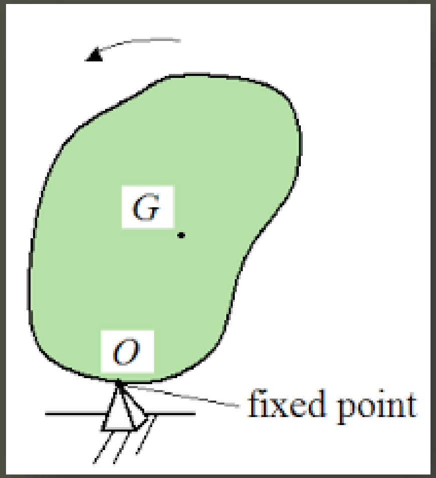
Podział ruchu przestrzennego

Informacje ogólne

Ruch ogólny

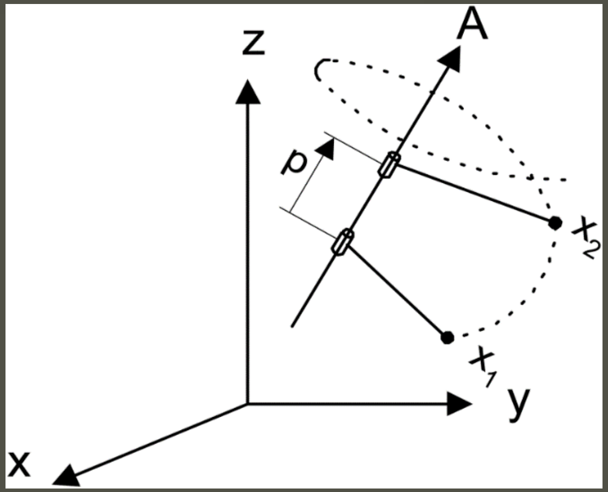
Rys. [http://www.4wdmechanix.com/Video-Youth-Wins-Ride-in-4WD-Desert-Race-Car%21?r=1]

Ruch kulisty



Rys. [http://www.real-world-physics-problems.com/kinetic-energy.html]

Ruch śrubowy



Rys. [http://biomechanical.asmedigitalcollection.asme.org/article.aspx?articleid=1841517]

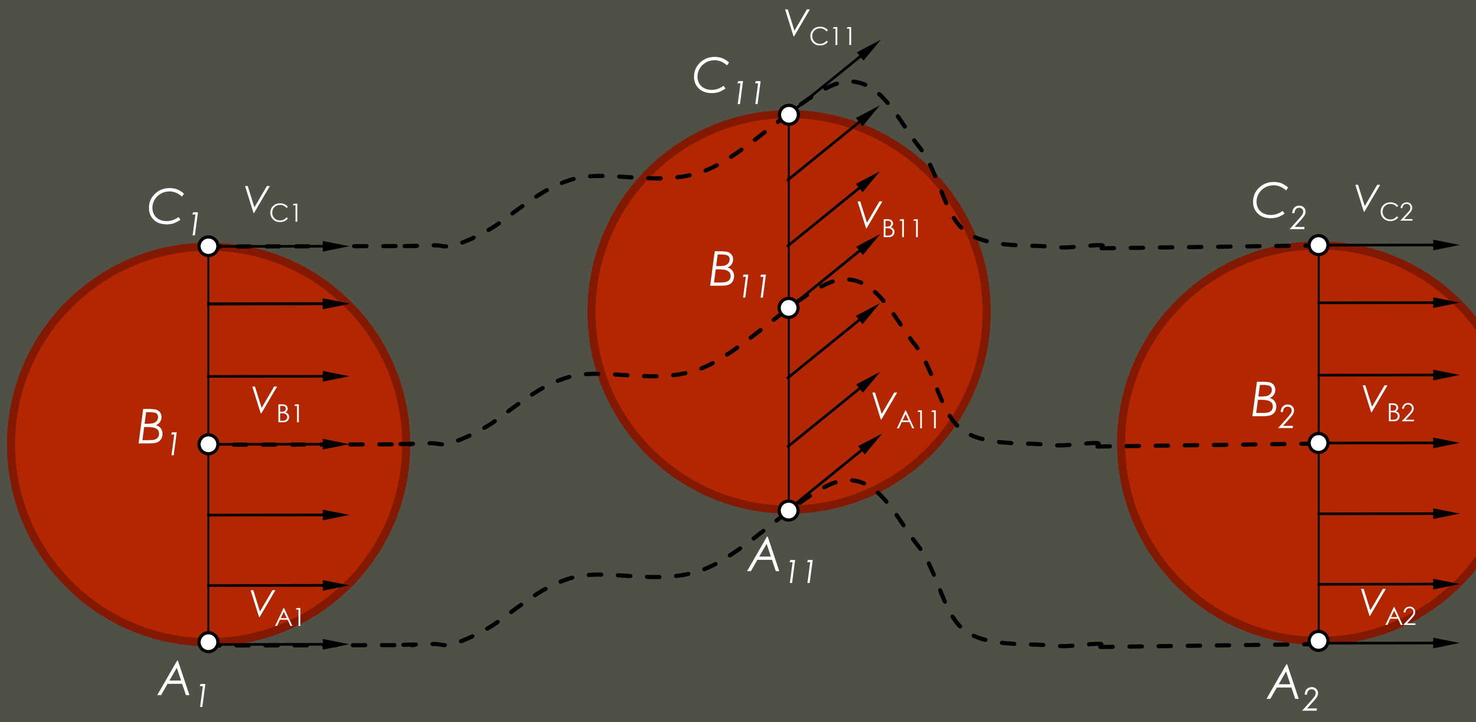
Rys. [http://kmoddl.library.cornell.edu/model.php?m=1]

Płatne ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego na podstawie umowy nr 030/RID/2018/19 z dnia 19.12.2018 r.

POLITECHNIKA LUBELSKA

Ruch postępowy

„*Człon jest w **ruchu postępowym** wtedy, gdy dowolny odcinek, związany z tym członem, zachowuje we wszystkich fazach ruchu położenie równoległe*” [Miller 1996].
Dlatego w ruchu tym tory wszystkich punków członu są identyczne, tak jak i prędkości i przyspieszenia. W ruchu prostoliniowym tory są linią prostą a w krzywoliniowym krzywą.

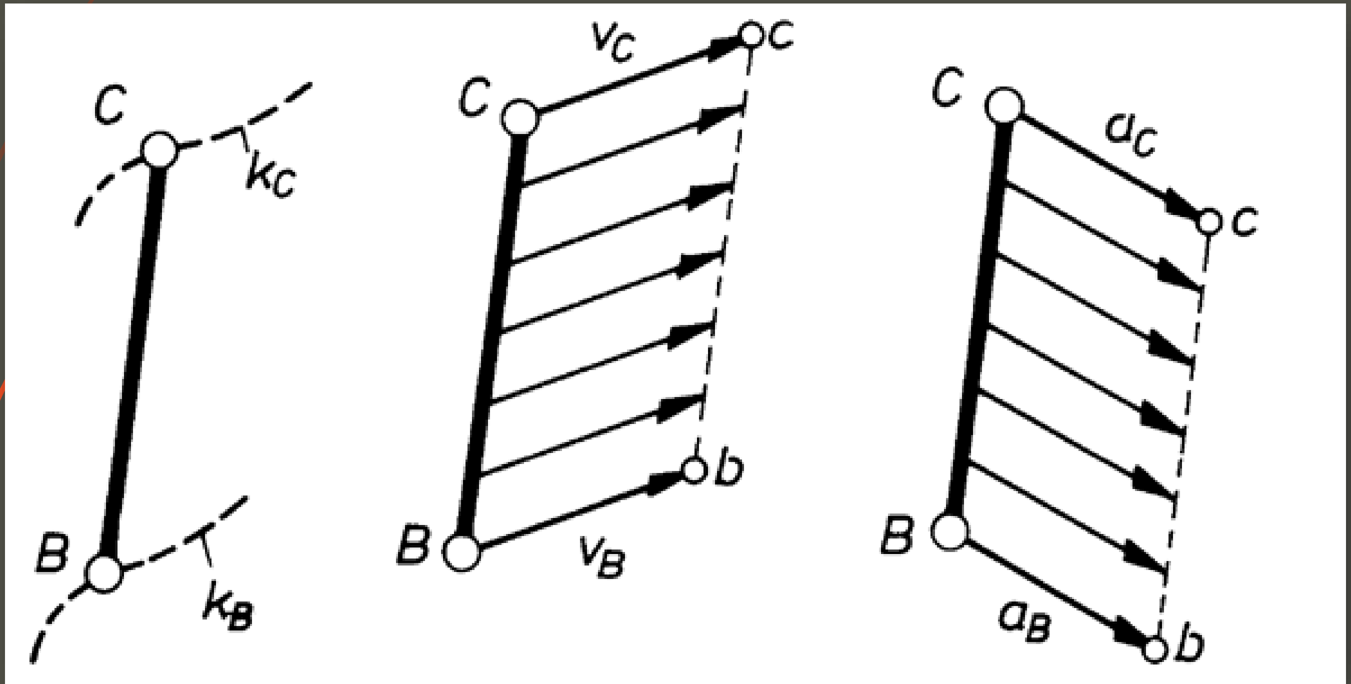


Płatne ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego na podstawie umowy nr 030/RID/2018/19 z dnia 19.12.2018 r.

Ruch postępowy

$v = ds/dt,$ Prędkość [m/s]

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{ds}{dt}\right) = \frac{d^2s}{dt^2}$$ Przyspieszenie [m/s^2]



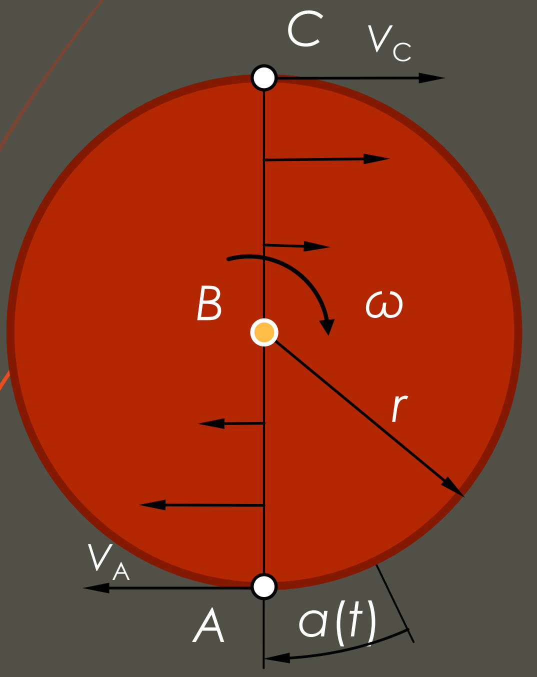
Rys. [Miller 1996]

$$v_B = v_C = v_i, \quad \omega = 0,$$
$$a_B = a_C = a_i, \quad \varepsilon = 0,$$

Płatne ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego na podstawie umowy nr 030/RID/2018/19 z dnia 19.12.2018 r.

Ruch obrotowy

Ruch obrotowy występuje wtedy, jeśli tory wszystkich punków ciała zakreślają okręgi, których środki leżą na wspólnej prostej zwanej osią obrotu. Oznacza to, że każdy punkt ciała obraca się o taki sam kąt.



$$\omega = \frac{d\alpha}{dt} = \dot{\alpha}$$ Prędkość kątowa [rad/s]

$$v_A = v_C = \omega \cdot r,$$ Prędkość liniowa [m/s]

$$v_B = 0.$$

$$\omega = \frac{\pi n}{30}\left[rad/s\right]$$ n [obr/min]

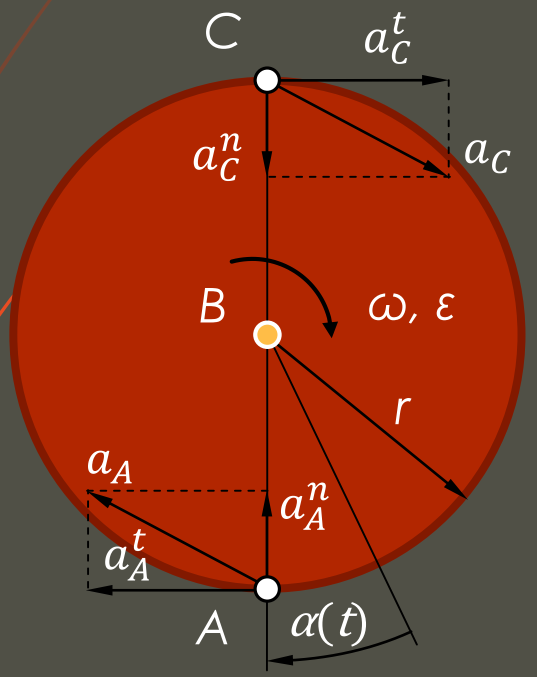
Rys. [http://energyeducation.ca/encyclopedia/Gear]

Płatne ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego na podstawie umowy nr 030/RID/2018/19 z dnia 19.12.2018 r.

Ruch obrotowy

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{d\alpha}{dt}\right) = \frac{d^2\alpha}{dt^2} = \ddot{\alpha}$$

Przyspieszenie kątowe [rad/s^2]



$$a_n = \omega^2 r = \frac{v^2}{r}$$

Przyspieszenie normalne

$$a_t = \varepsilon r$$

Przyspieszenie styczne

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = r\sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}$$

$$a_A = a_c$$

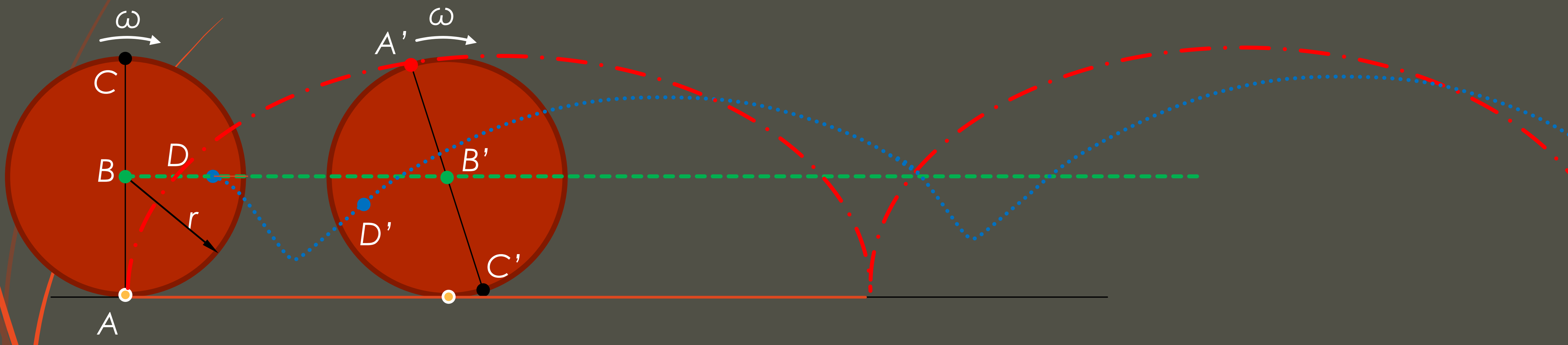
$$a_B = 0$$

Płatne ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego na podstawie umowy nr 030/RID/2018/19 z dnia 19.12.2018 r.

POLITECHNIKA LUBELSKA

Ruch płaski

Przypominając, ***ruch płaski*** ciała sztywnego zachodzi wtedy, jeśli wszystkie punkty ciała poruszają się w płaszczyznach równoległych do pewnej nieruchomej płaszczyzny. Ruch postępowy i obrotowy są szczególnymi przypadkami ruchu płaskiego.



Płatne ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego na podstawie umowy nr 030/RID/2018/19 z dnia 19.12.2018 r.

POLITECHNIKA LUBELSKA

Ruch płaski – metody analizy

1. Na podstawie równania ruchu i jego postaci po zróżniczkowaniu określa się położenia, prędkości i przyspieszenia.

W celu ułatwienia analizy ruchu płaskiego może on być traktowany jako:

2. Złożony z ruchu postępowego i obrotowego.

3. Obrotowy wokół chwilowego środka obrotu.

4. Trzecią możliwością obliczenia prędkości członu w tym ruchu to skorzystanie z *zależności między prędkościami punktów ciała sztywnego* (***metoda rzutów prędkości***).

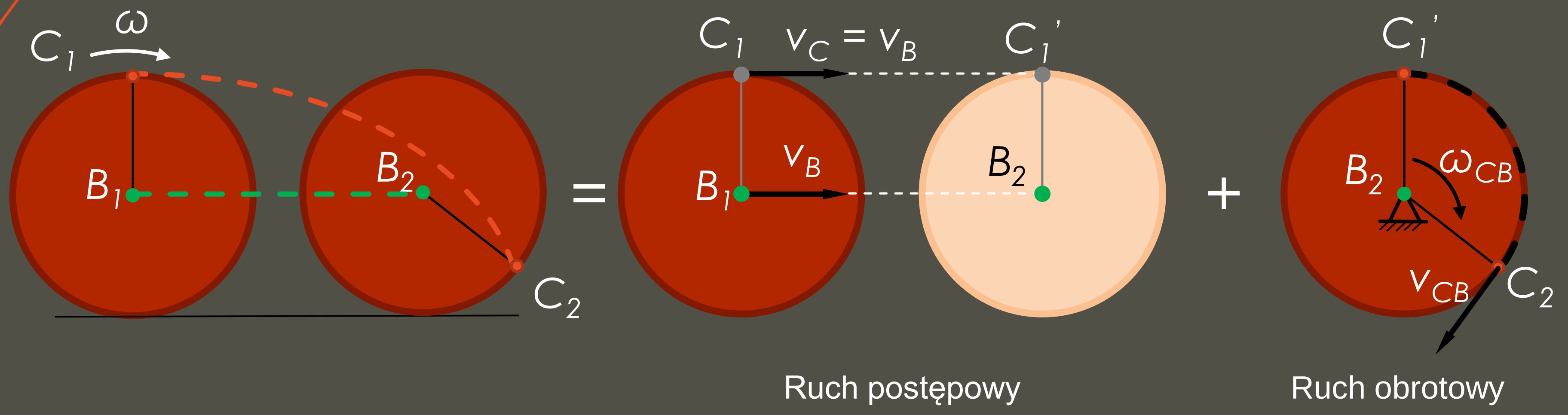
Płatne ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego na podstawie umowy nr 030/RID/2018/19 z dnia 19.12.2018 r.

Ruch płaski jako ruch złożony z ruchu postępowego i obrotowego

Metoda ta umożliwia wyznaczenie prędkości punktu członu sztywnego, jeśli znana jest:

- prędkość jednego punktu (wartość, kierunek),
- kierunek szukanej prędkości.

Ruch członu, **w nieskończenie krótkim okresie czasu**, jest traktowany jako złożony z dwóch ruchów - postępowego i obrotowego. W pierwszym kroku przemieszcza się koło z prędkością v_B z punktu B_1 do B_2, a następnie obraca względem tego punktu B_2 do momentu osiągnięcia przez punkt C_1’ pozycji C_2. Punkty na członie mogą być wybrane dowolnie.



Płatne ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego na podstawie umowy nr 030/RID/2018/19 z dnia 19.12.2018 r.

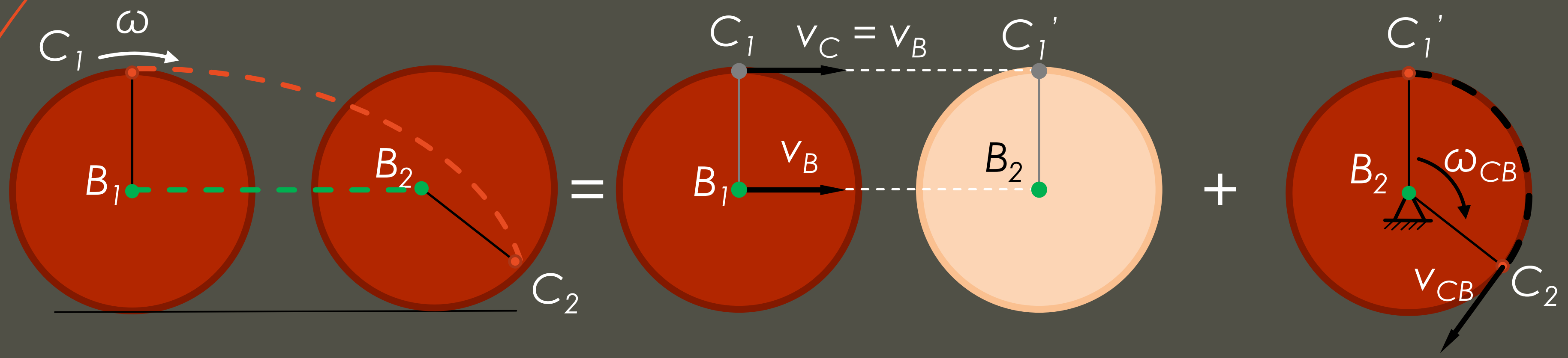
Ruch płaski jako ruch złożony z ruchu postępowego i obrotowego

Prędkość punktu C równa jest sumie prędkości punktu B w ruchu postępowym i prędkości punktu C względem punktu B w ruchu obrotowym:

$$\vec{v}_C = \vec{v}_B + \vec{v}_{CB}$$

Prędkość względna jest zawsze prostopadła do prostej przechodzącej przez rozważane punkty i jest równa:

$$v_{CB} = \omega_{CB} r$$



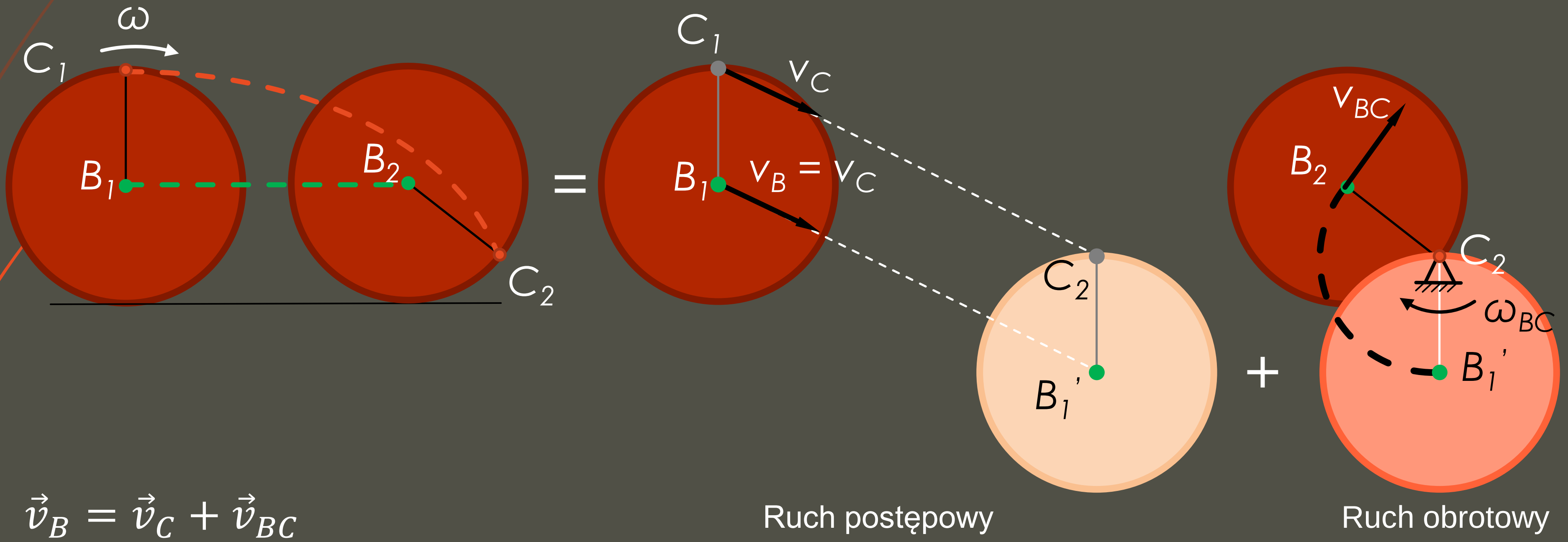
Ruch postępowy

Ruch obrotowy

Płatne ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego na podstawie umowy nr 030/RID/2018/19 z dnia 19.12.2018 r.

Ruch płaski jako ruch złożony z ruchu postępowego i obrotowego

To samo przemieszczenie można rozpatrywać przemieszczając człon postępowo w celu zmiany położenia punktu z C_1 na C_2, a następnie obrót względem tego punktu tak, aby punkt B_1’ osiągnął położenie B_2.



$$\vec{v}_B = \vec{v}_C + \vec{v}_{BC}$$
$$\vec{v}_{BC} = \omega_{BC} r$$
$$\vec{v}_{BC} = -\vec{v}_{CB}$$

Prędkości względne punktów członu są równe co do wartości i mają przeciwne zwroty.

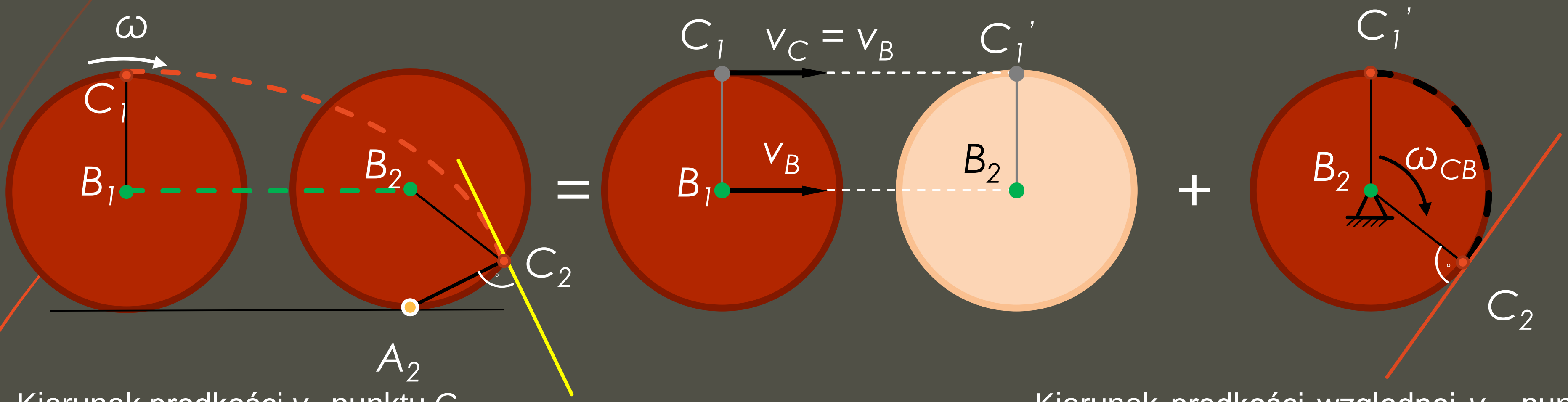
Płatne ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego na podstawie umowy nr 030/RID/2018/19 z dnia 19.12.2018 r.

Ruch płaski jako ruch złożony z ruchu postępowego i obrotowego

Mając informacje o prędkości jednego punktu i kierunku szukanej prędkości oraz prędkości względnej, możemy ją wyznaczyć graficznie.

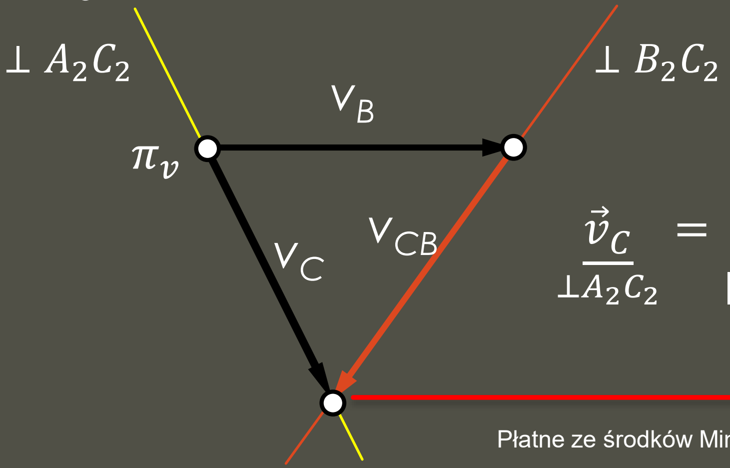
Ruch postępowy

Ruch obrotowy



Kierunek prędkości v_C punktu C

Kierunek prędkości względnej v_{CB} punktu C względem B

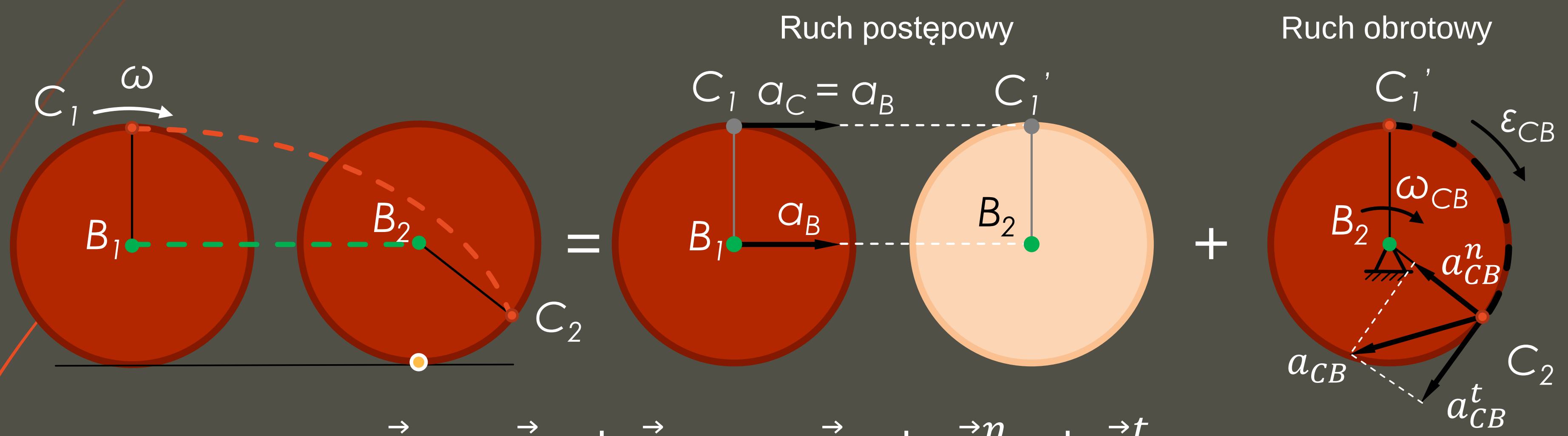


$$\underset{\perp A_2C_2}{\underline{\vec{v}_C}} = \underset{||B_1B_2}{\underline{\vec{v}_B}} + \underset{\perp B_2C_2}{\underline{\vec{v}_{CB}}}$$

Płatne ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego na podstawie umowy nr 030/RID/2018/19 z dnia 19.12.2018 r.

Ruch płaski jako ruch złożony z ruchu postępowego i obrotowego

W analogiczny sposób wyznacza się przyspieszenie punktu jako sumę przyspieszenia w ruchu postępowym i przyspieszenia względnego punktu w ruchu obrotowym.



$$\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{CB} = \vec{a}_B + \vec{a}_{CB}^n + \vec{a}_{CB}^t$$

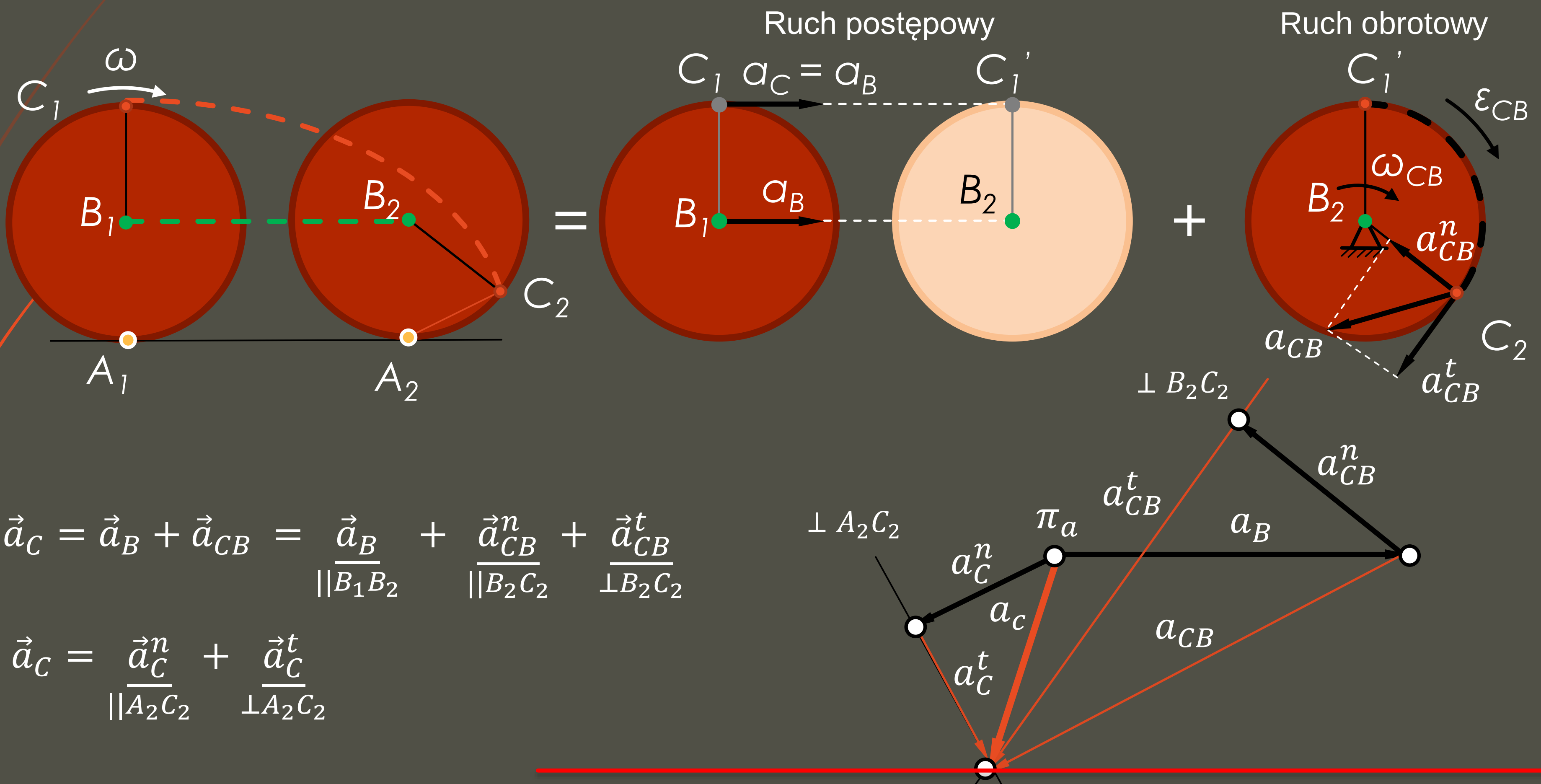
Przyspieszenie względne a_{CB} składa się z przyspieszenia normalnego i stycznego, ponieważ człon wykonuje ruch obrotowy:

$$\vec{a}_{CB} = \vec{a}_{CB}^n + \vec{a}_{CB}^t \qquad a_{CB}^n = \omega_{CB}{}^2 r = \frac{v_{CB}^2}{r} \qquad \vec{a}_{CB}^t = \vec{\varepsilon}_{CB} \times \vec{r}$$

Płatne ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego na podstawie umowy nr 030/RID/2018/19 z dnia 19.12.2018 r.

Ruch płaski jako ruch złożony z ruchu postępowego i obrotowego

Znając przyspieszenie jednego punktu członu sztywnego oraz przyspieszenie względne normalne, kierunek przyspieszenia stycznego i kierunek szukanego przyspieszenia, możliwe jest graficzne wyznaczenie przyspieszenia drugiego punktu.



$$\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{CB} = \underset{||B_1B_2}{\underline{\vec{a}_B}} + \underset{||B_2C_2}{\underline{\vec{a}_{CB}^{\,n}}} + \underset{\perp B_2C_2}{\underline{\vec{a}_{CB}^{\,t}}}$$

$$\vec{a}_C = \underset{||A_2C_2}{\underline{\vec{a}_C^{\,n}}} + \underset{\perp A_2C_2}{\underline{\vec{a}_C^{\,t}}}$$

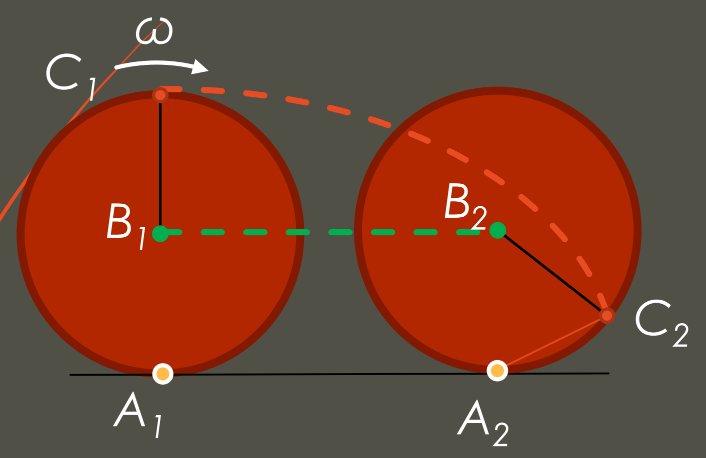
Płatne ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego na podstawie umowy nr 030/RID/2018/19 z dnia 19.12.2018 r.

Ruch płaski jako ruch złożony z ruchu postępowego i obrotowego

W przypadku znajomości przyspieszenia punktu B i wyznaczaniu przyspieszenia punktu C metoda jest analogiczna i obowiązują zależności:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_C + \vec{a}_{BC}$$

$$\vec{a}_{CB} = -\vec{a}_{BC}$$



Podane wzory są słuszne dla dowolnie wybranych punktów

Płatne ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego na podstawie umowy nr 030/RID/2018/19 z dnia 19.12.2018 r.

POLITECHNIKA LUBELSKA

Ruch płaski jako chwilowy ruch obrotowy

Do wyznaczenia prędkości dowolnego punktu członu sztywnego w praktyce wymagana jest znajomość:

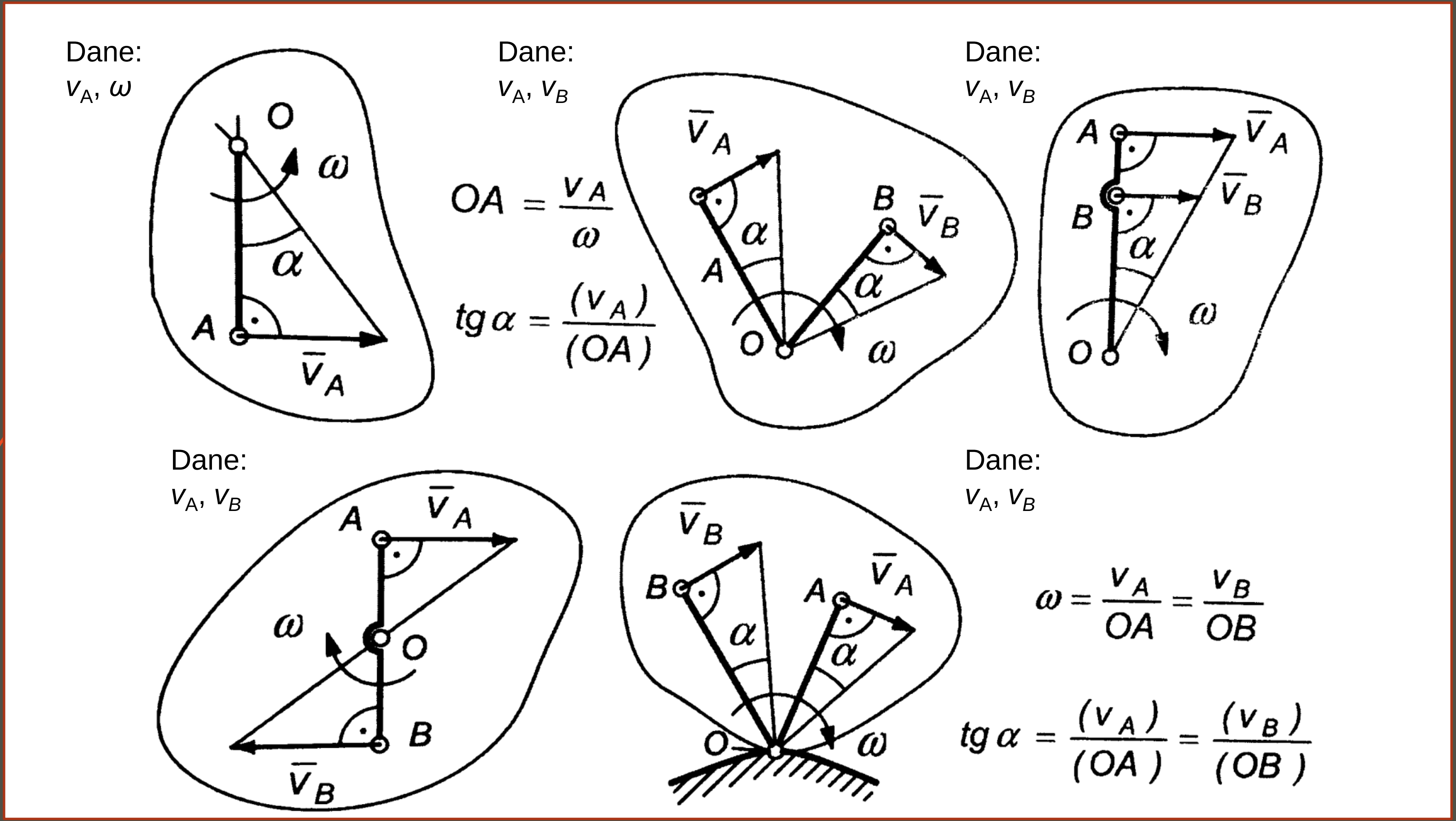
- prędkości jednego punktu,
- położenia chwilowego środka obrotu.

Dowolne przemieszczenie członu w ruchu płaskim może być przedstawione jako nieskończenie krótki ruch obrotowy wokół chwilowego środka obrotu. Środek ten ma prędkość równą zero tylko w rozważanym momencie. W następnej chwili jego położenie jest inne.

Płatne ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego na podstawie umowy nr 030/RID/2018/19 z dnia 19.12.2018 r.

Ruch płaski jako chwilowy ruch obrotowy

Przykłady wyznaczania chwilowego środka obrotu uwidocznione są na poniższych rysunkach:

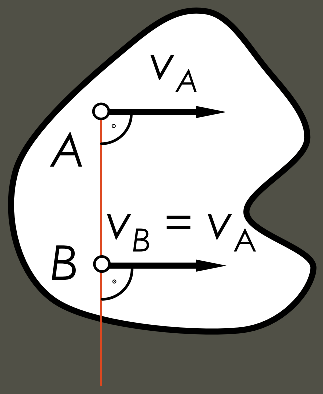


Rys. [Felis 2007]

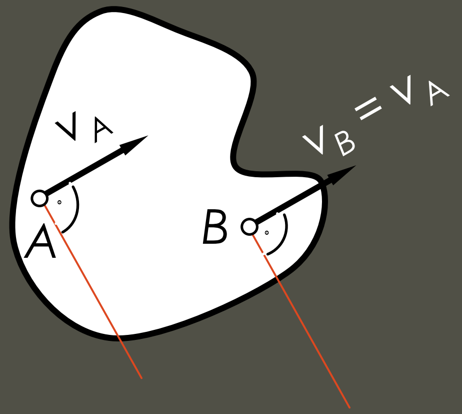
Płatne ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego na podstawie umowy nr 030/RID/2018/19 z dnia 19.12.2018 r.

Ruch płaski jako chwilowy ruch obrotowy

Jeżeli człon porusza się ruchem postępowym, dla którego jak pamiętamy prędkość kątowa jest równa zero, chwilowy środek obrotu znajduje się w nieskończoności.



$\omega = 0$



$\omega = 0$

Płatne ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego na podstawie umowy nr 030/RID/2018/19 z dnia 19.12.2018 r.

Ruch płaski jako chwilowy ruch obrotowy

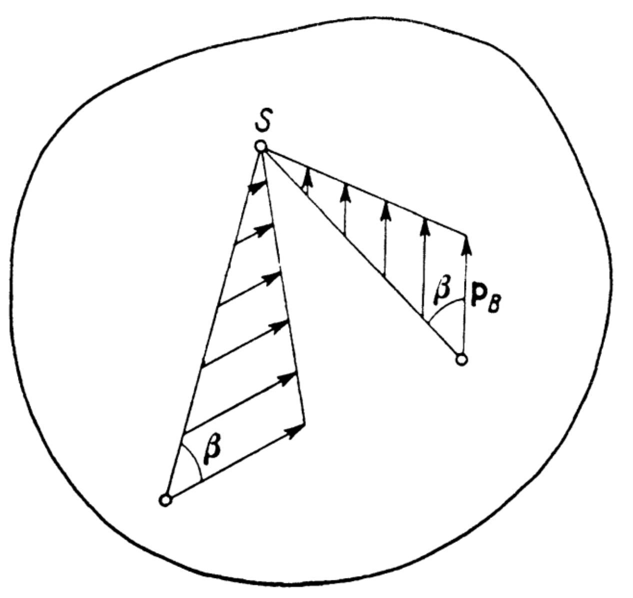
Do wyznaczenia przyspieszenia dowolnego punktu członu sztywnego w praktyce wymagana jest znajomość:

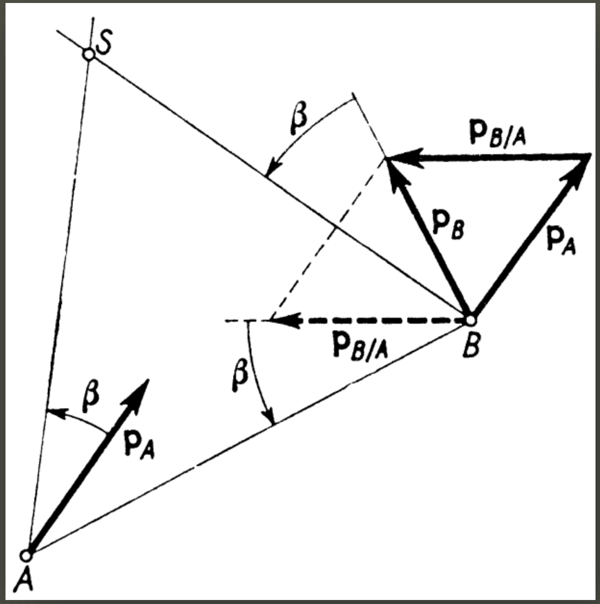
- przyspieszeń dwóch punktów.

Analogicznie do chwilowego środka obrotu, istnieje również chwilowy środek przyspieszeń tzn. punkt, dla którego przyspieszenie w danej chwili jest równe zero.

Nie jest to często stosowana metoda ze względu na wymaganą znajomość przyspieszeń aż dwóch punktów. Potencjalne zastosowanie może być w przypadku członów z liczbą półpar większą niż dwa. Kąt β jaki tworzy wektor przyspieszenia z prostą przechodzącą przez chwilowy środek obrotu i początek wektora przyspieszenia jest stały i nie zależy od wybranego punktu. Jest to zawsze kąt ostry.

Rys. [Leyko 2012]





Rys. [Leyko 2012]

Płatne ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego na podstawie umowy nr 030/RID/2018/19 z dnia 19.12.2018 r.

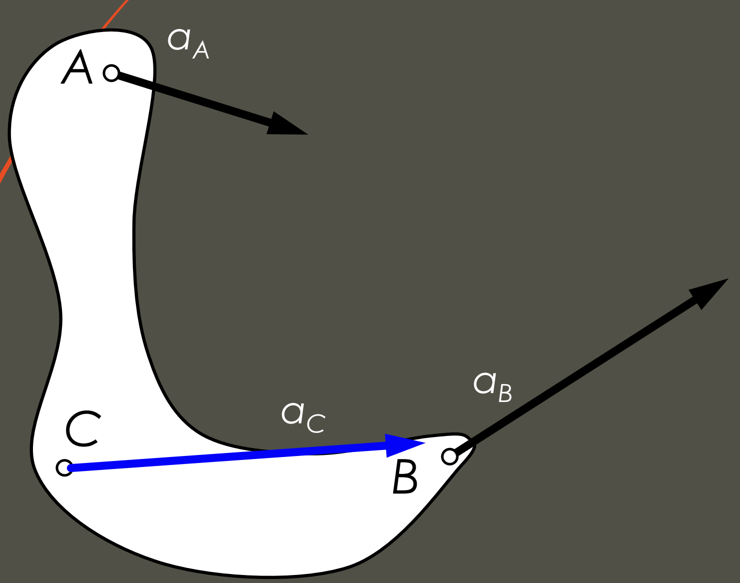
Ruch płaski jako chwilowy ruch obrotowy

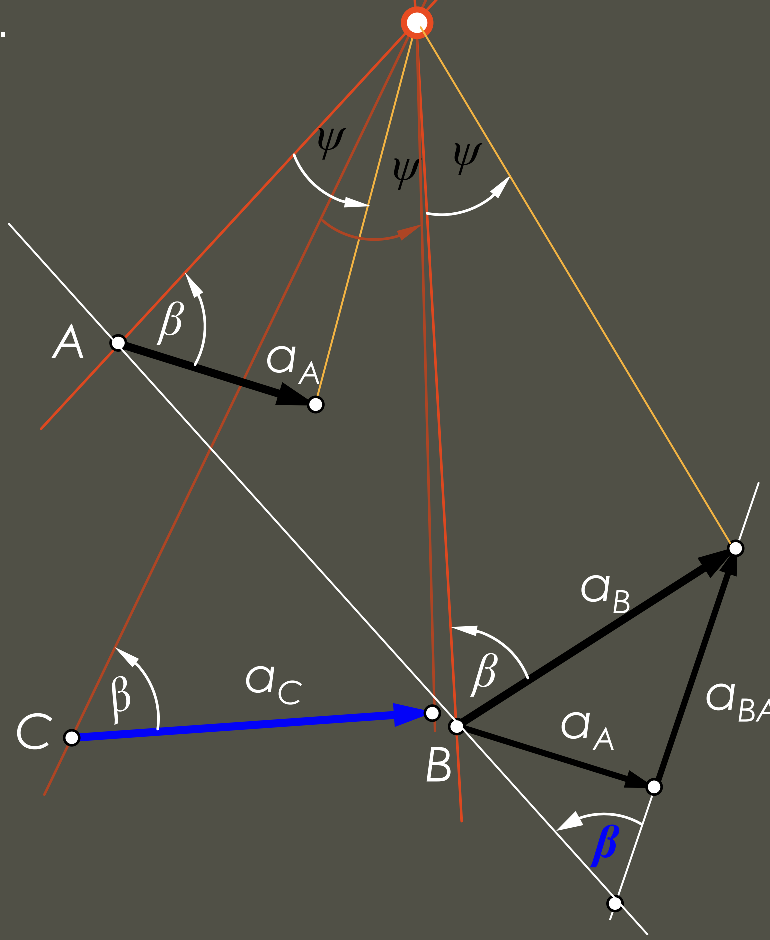
Przykład

Wyznaczyć przyspieszenie punktu C członu sztywnego metodą chwilowego środka przyspieszenia znając przyspieszenia punków A i B.

W rozwiązaniu korzysta się z zależności $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}$ w celu określenia kąta β, wyznaczonego przez przyspieszenie względne a_{BA} i prostą przechodzącą przez punkty A i B. Następnie, pamiętając, że kąt ψ jest stały dla wszystkich punktu członu, wyznacza się przyspieszenie punktu C.

Więcej szczegółów o tej metodzie można uzyskać w Młynarski 1992 i Leyko 2012 .





Chwilowy środek przyspieszeń

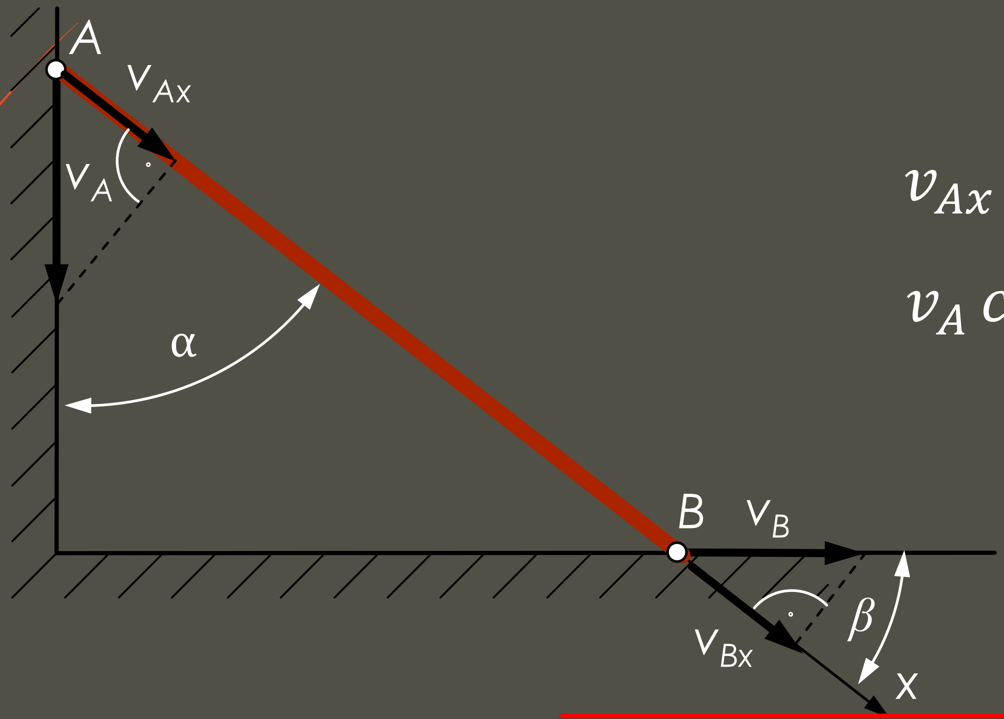
Płatne ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego na podstawie umowy nr 030/RID/2018/19 z dnia 19.12.2018 r.

Ruch płaski – metoda rzutów prędkości

Metoda ta umożliwia wyznaczenie prędkości punku członu sztywnego, jeśli znana jest:

- prędkość jednego punktu,
- kierunek szukanej prędkości.

Zależność między prędkościami punktów ciała sztywnego wynika ze stałej dzielącej ich odległości. Metoda ta bazuje na twierdzeniu, że rzuty prędkości dowolnych punktów ciała sztywnego, leżących na wspólnej prostej, na tę prostą, są sobie równe.



$$v_{Ax} = v_{Bx}$$

$$v_A \cos(\alpha) = v_B \cos(\beta)$$

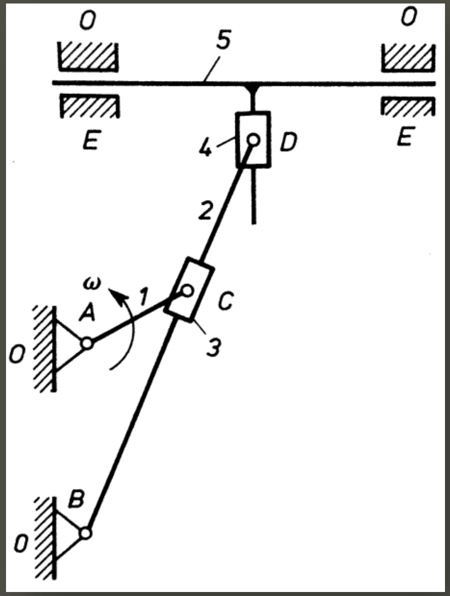
Płatne ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego na podstawie umowy nr 030/RID/2018/19 z dnia 19.12.2018 r.

Ruch względny

W technice spotyka się mechanizmy, w których jeden człon porusza się po drugim członie również będącym w ruchu. Dobrym przykładem jest ruchoma prowadnica i suwak. Bezpośrednie wyznaczenie prędkości i przyspieszenia suwaka względem podstawy (układu nieruchomego) jest zadaniem trudnym. Dlatego ruch suwaka rozpatruje się jeszcze względem drugiego ruchomego układu sztywno związanego z prowadnicą. W mechanice stosuje się następującą terminologię do określenia tych ruchów:

- ***ruch bezwzględny*** – ruch członu względem nieruchomego układu odniesienia,
- ***ruch względny*** – ruch członu względem ruchomego układu odniesienia,
- ***ruch unoszenia*** – ruch ruchomego układu względem nieruchomego układu.

W przykładzie ruchomej prowadnicy i suwaka *ruch bezwzględny* jest to ruch suwaka względem podstawy, *ruch względny* to ruch suwaka względem prowadnicy, a *ruch unoszenia* to ruch prowadnicy względem podstawy.



Rys. Mechanizm napędu stołu strugarki poprzecznej [Morecki 1987]

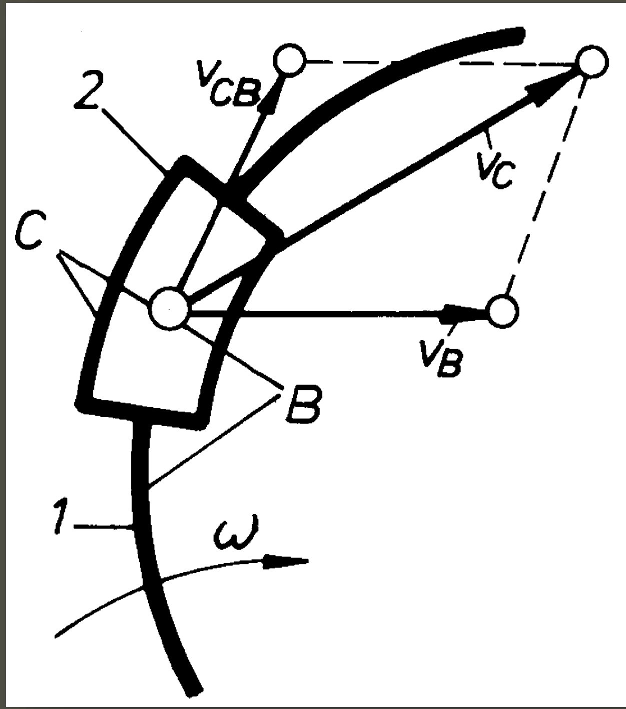
POLITECHNIKA LUBELSKA

Ruch względny

Wzory na obliczanie prędkości i przyspieszeń z zastosowaniem ruchu względnego zostaną przedstawione na przykładzie suwaka i ruchomej prowadnicy.
Prędkość suwaka v_C w punkcie *C* jest równa: $\vec{v}_C = \vec{v}_B + \vec{v}_{CB}$

v_{CB} - jest to prędkość względna (w ruchu względnym) punktu *C* względem B i jest zawsze styczna do prowadnicy (prowadnica nieruchoma, suwak ruchomy).

v_B – jest to prędkość punktu *B,* czyli unoszenia. Punkt B należy do prowadnicy i w rozpatrywanym momencie pokrywa się z punktem *C* należącym do suwaka.
Prędkość punktu *B* wynika z ruchu prowadnicy i powinna być znana. Prowadnica może być w ruchu postępowym, obrotowym lub płaskim.



Rys. [Miller 1996]

Płatne ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego na podstawie umowy nr 030/RID/2018/19 z dnia 19.12.2018 r.

Ruch względny

Przyspieszenie punktu *C* względem *B* jest równe:

$$\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{CB}$$

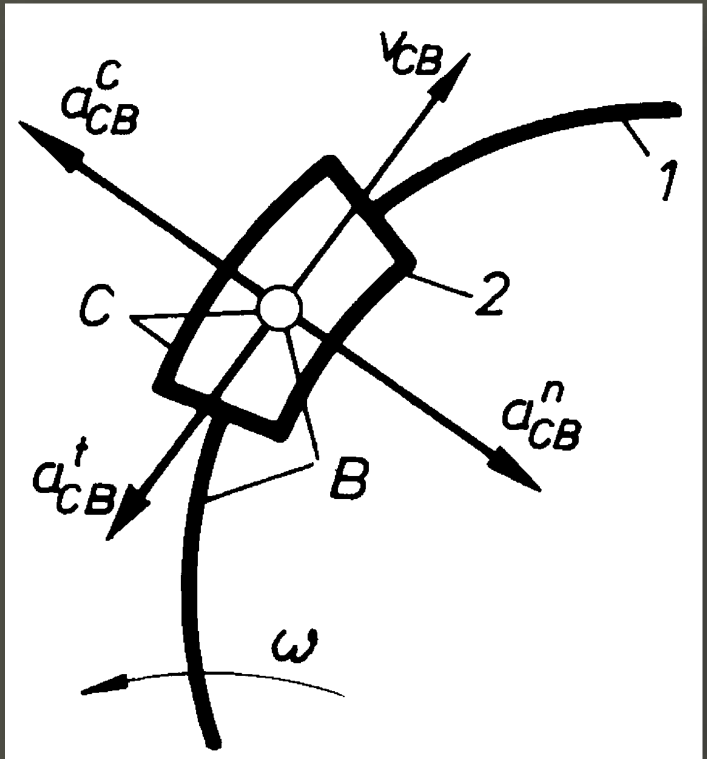
a_{CB} przyspieszenie punktu *C* względem *B*

$$\vec{a}_{CB} = \vec{a}^n_{CB} + \vec{a}^t_{CB} + \vec{a}^c_{CB}$$

Przyspieszenie normalne

Przyspieszenie styczne

Przyspieszenie Coriolisa



Rys. [Miller 1996]

Płatne ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego na podstawie umowy nr 030/RID/2018/19 z dnia 19.12.2018 r.

POLITECHNIKA LUBELSKA

Ruch względny

a_{CB}^{n} Przyspieszenie normalne

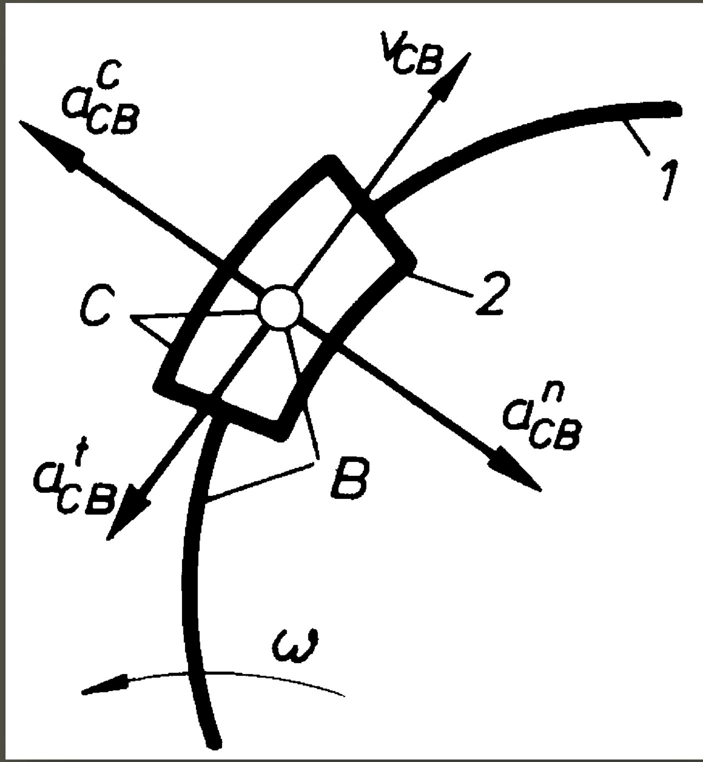
$$a_{CB}^{n} = \frac{v_{CB}^{2}}{\rho}$$

Zwrot przyspieszenia jest zgodny z promieniem krzywizny prowadnicy i skierowany jest w stronę jej środka.

ρ - promień krzywizny prowadnicy.

Jeśli prowadnica jest prostoliniowa ($\rho = \infty$), przyspieszenie normalne wynosi 0

$$\vec{a}_{CB}^{n} = \frac{v_{CB}^{2}}{\infty} = 0$$



Rys. [Miller 1996]

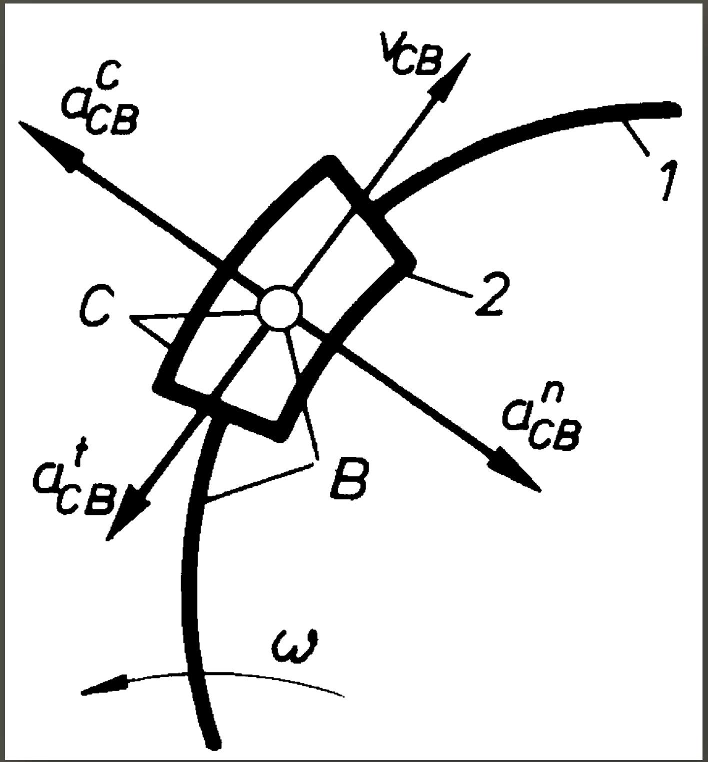
Płatne ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego na podstawie umowy nr 030/RID/2018/19 z dnia 19.12.2018 r.

Ruch względny

a^t_{CB} Przyspieszenie styczne

$$a^t_{CB} = \frac{dv_{CB}}{dt}$$

Kierunek przyspieszenia stycznego jest styczny do toru (prowadnicy)



Rys. [Miller 1996]

Płatne ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego na podstawie umowy nr 030/RID/2018/19 z dnia 19.12.2018 r.

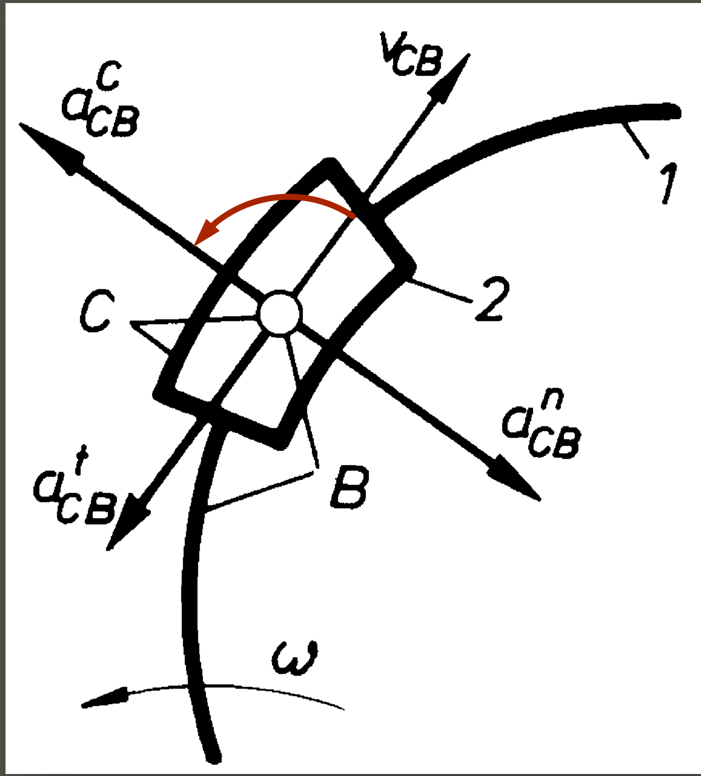
Ruch względny

a_{CB}^{c} Przyspieszenie Coriolisa

$$\vec{a}_{CB}^{c} = 2\vec{\omega} \times \vec{v}_{CB}$$

Kierunek przyspieszenia Coriolisa jest wyznaczany przez obrót wektora prędkości względnej v_{CB} o kąt prosty, w kierunku zgodnym z prędkością kątową ω.

Przyspieszenie Coriolisa jest równe 0, kiedy prędkość kątowa $\omega = 0$ (prowadnica jest nieruchoma albo poruszą się ruchem postępowym) lub prędkość względna $v_{CB} = 0$ (suwak nie porusza się względem prowadnicy).



Rys. [Miller 1996]

Płatne ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego na podstawie umowy nr 030/RID/2018/19 z dnia 19.12.2018 r.

Literatura

1. Miller S.: *Teoria maszyn i mechanizmów. Analiza układów kinematycznych*. WPW, Wrocław 1996.
2. Leyko J.: *Mechanika ogólna. Statyka i kinematyka. Tom 1*. PWN, Warszawa 2012.
3. Młynarski T., Listwan A., Pazderski E.: *Teoria maszyn i mechanizmów. Cz. III. Analiza kinematyczna mechanizmów*. ZGPK, Kraków 1992.
4. Felis J., Jaworowski H.: Teoria maszyn i mechanizmów. Część II. Przykłady i zadania. UWND AGH, Kraków 2007.
5. Morecki A., Oderfeld J.: Teoria maszyn i mechanizmów. PWN, Warszawa 1987.
6. Ancient Origins, rysunek koła na pierwszym slajdzie. Dostępny w Internecie: https://www.ancient-origins.net/ancient-technology/revolutionary-invention-wheel-001713

Płatne ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego na podstawie umowy nr 030/RID/2018/19 z dnia 19.12.2018 r.

DZIĘKUJĘ ZA UWAGĘ !!!

Teoria maszyn i mechanizmów

Informacje ogólne o ruchu członu nieodkształcalnego

POLITECHNIKA LUBELSKA
Katedra Podstaw Konstrukcji Maszyn
i Mechatroniki
dr inż. Łukasz Jedliński

Projekt „ Politechnika Lubelska – Regionalna Inicjatywa Doskonałości”
– finansowany ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego

POLITECHNIKA LUBELSKA

Ministerstwo Edukacji i Nauki

POLITECHNIKA LUBELSKA WYDZIAŁ MECHANICZNY