



MECHANIKA TECHNICZNA

Plan prezentacji

□ Statyka

Aksjomaty statyki, zbieżny i dowolny układ sił, moment siły, tarcie ślizgowe i toczne, środki ciężkości, momenty bezwładności.

□ Kinematyka

Matematyczny opis ruchu punktu, prędkość i przyspieszenie punktu materialnego, przyspieszenie styczne i normalne.

□ Dynamika

Dynamika punktu materialnego, prawa Newtona, dynamika ruchu obrotowego.



Działy mechaniki ogólnej



STATYKA

Bada stany równowagi ciał poddanych działaniu sił.

KINEMATYKA

Bada ruch ciał bez uwzględnienia działających sił, mas ciał oraz warunków ruchu.

DYNAMIKA

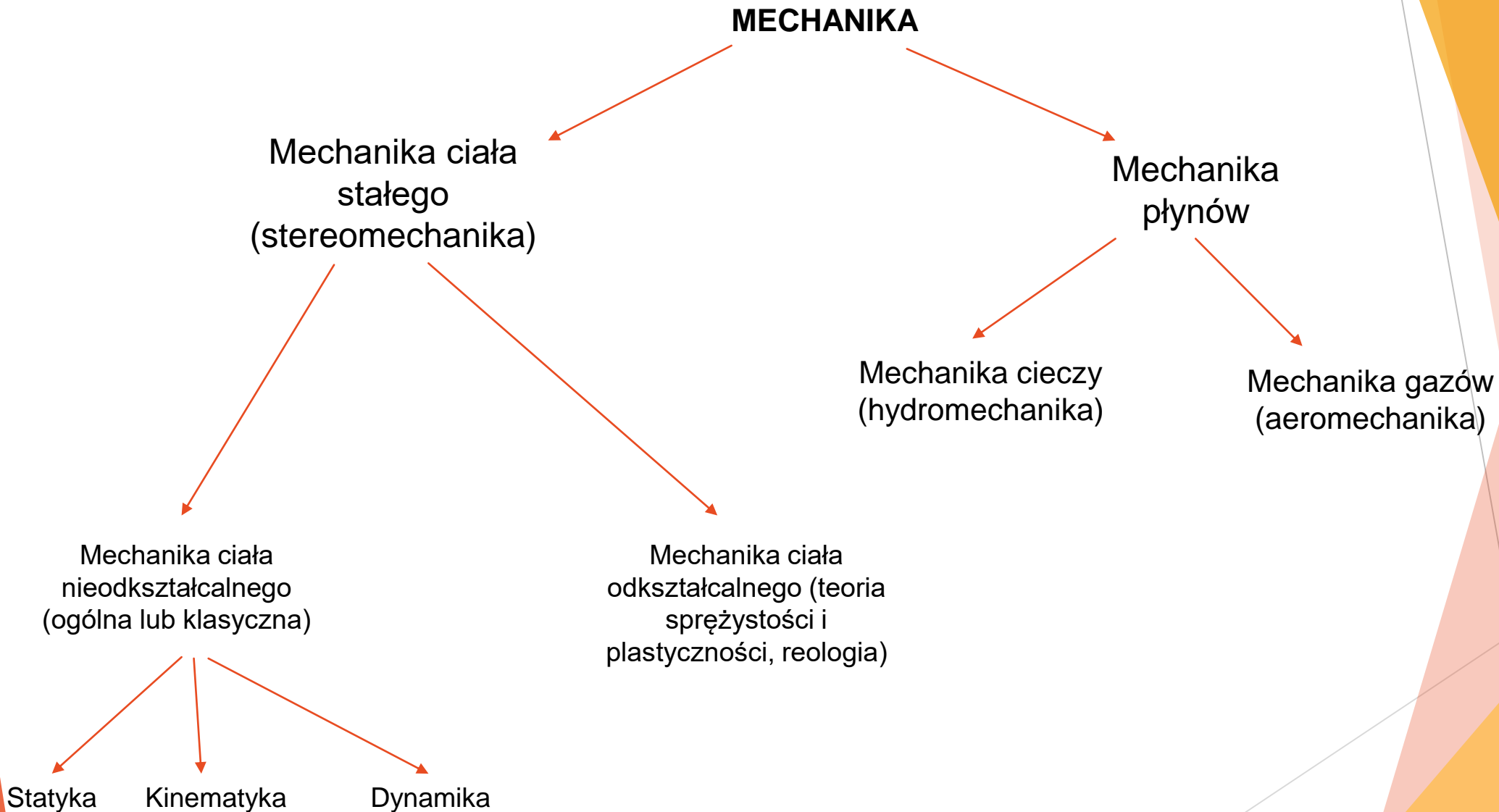
Bada ruchy ciał materialnych pod wpływem działających sił z uwzględnieniem praw Newtona.

TEORIA DRGAŃ

Bada zmiany zachodzące w sposób periodyczny.

WYTRZYMAŁOŚĆ MATERIAŁÓW

Bada zjawiska zachodzące w materiałach (odkształcenia, naprężenia) występujące pod wpływem oddziaływania sił zewnętrznych.



Podstawowe pojęcia



PUNKT MATERIALNY *jest to model ciała o zaniedbywalnie małych wymiarach w stosunku do odległości na jakie się porusza. Wtedy traktuje się to ciało jako punkt geometryczny, któremu przypisuje się pewną skończoną ilość materii.*

CIAŁO DOSKONAŁE SZTYWNE *jest to ciało stałe, którego punkty nie zmieniają wzajemnych odległości. Ciało to nie podlega żadnym odkształceniom pod wpływem sił na nie działających.*

Operacje na wektorach



1) Dodawanie wektorów

$$\mathbf{P} + \mathbf{P} + \mathbf{P} = 3\mathbf{P} \quad (\text{liczba } 3 \text{ to skalar})$$

Wektor wynikowy ma ten sam kierunek, ale jest trzykrotnie dłuższy od wektora \mathbf{P} .

$(+n)\mathbf{P}$ = wektor o tym samym kierunku co \mathbf{P} , ale n razy dłuższy

$(-n)\mathbf{P}$ = wektor o przeciwnym kierunku co \mathbf{P} , ale n razy dłuższy

2) Odejmowanie wektorów

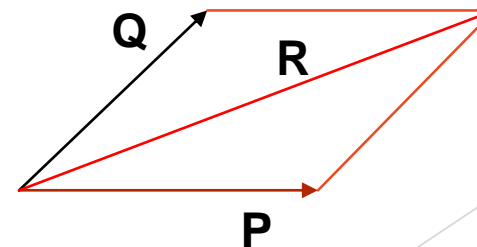
Sumowanie dwóch wektorów może być wykonane w oparciu o równoległobok

– **Zasada równoległoboku.**

$$\mathbf{R} = \mathbf{P} + \mathbf{Q}$$

\mathbf{R} – wektor wynikowy

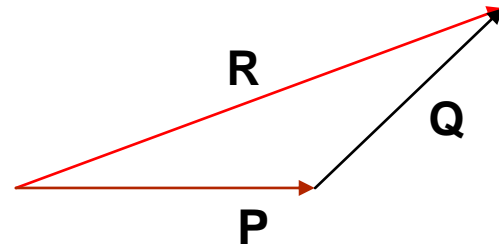
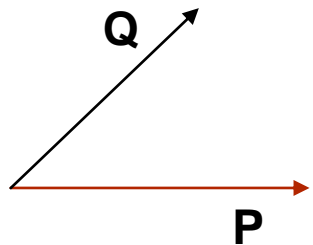
Dodawanie wektorów jest przemienne: $\mathbf{P} + \mathbf{Q} = \mathbf{Q} + \mathbf{P}$





Operacje na wektorach

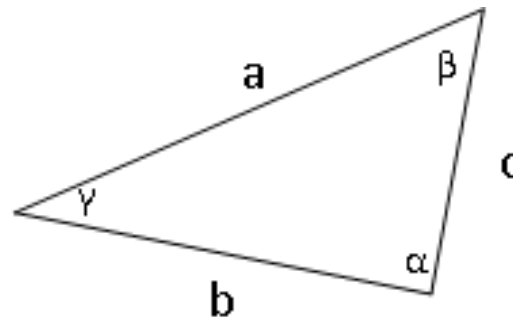
3) Zasada trójkąta



$$R = P + Q$$

Twierdzenie sinusów

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} \quad \text{or} \quad \frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}$$



Twierdzenie cosinusów

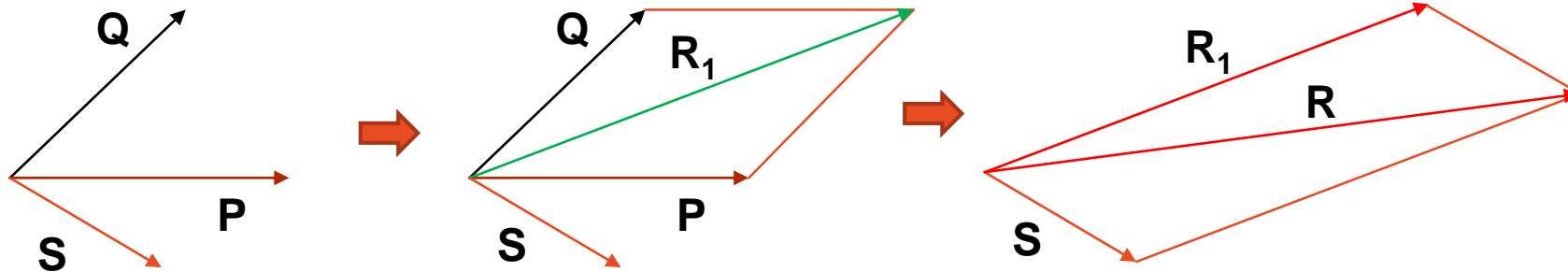
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$$

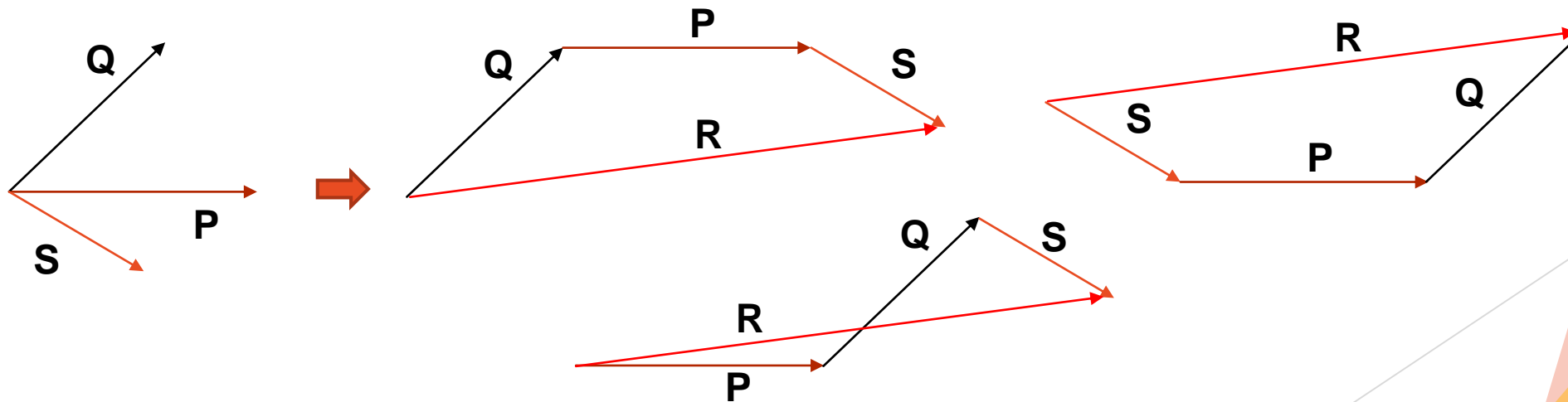
Operacje na wektorach

4) Zasada równoległoboku



$$\mathbf{R} = \mathbf{P} + \mathbf{Q} + \mathbf{S} = \mathbf{S} + \mathbf{P} + \mathbf{Q} = \mathbf{Q} + \mathbf{P} + \mathbf{S}$$

5) Zasada wieloboku sznurowego



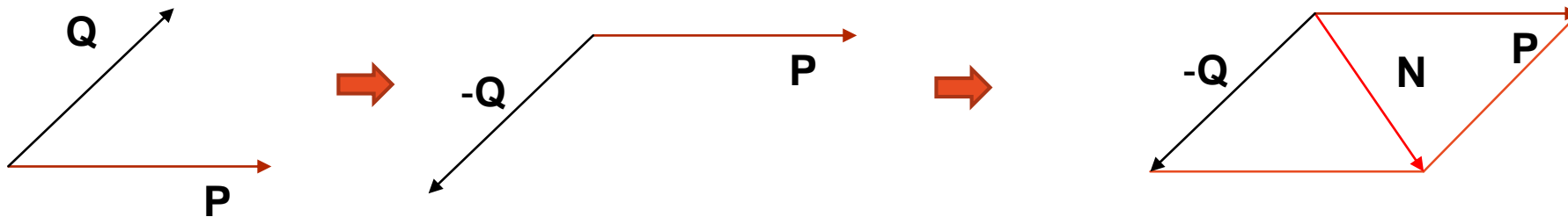
Operacje na wektorach



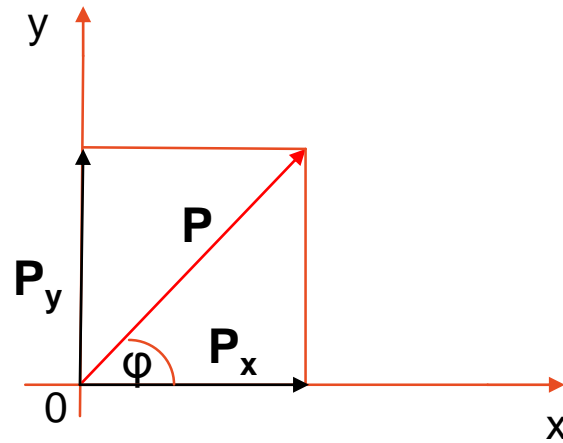
5) Odejmowanie wektorów

Odejmowanie wektora może być definiowane jako dodawanie wektora przeciwnie skierowanego.

$$\mathbf{N} = \mathbf{P} - \mathbf{Q} = \mathbf{P} + (-\mathbf{Q})$$



Składowe siły w płaskim układzie kartezjańskim



Składowe siły

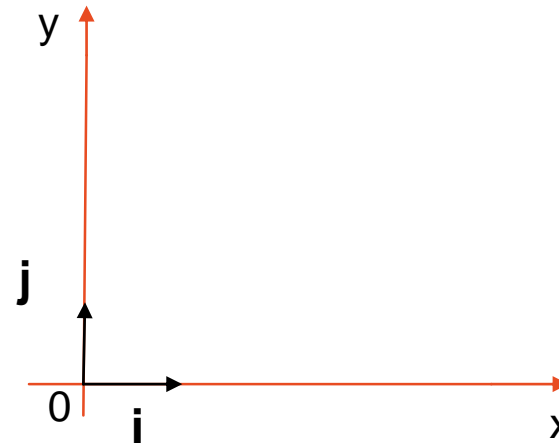
$$\bar{P}_x = P_x \cdot \bar{i}$$

$$\bar{P}_y = P_y \cdot \bar{j}$$

Składowe skalarne wektora **P**

$$P_x = P \cdot \cos \varphi$$

$$P_y = P \cdot \sin \varphi$$



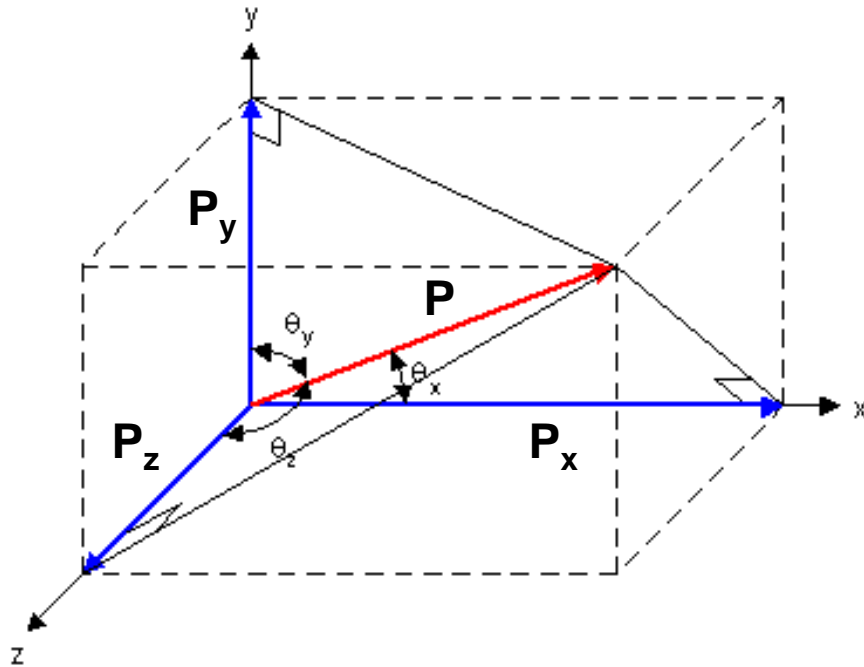
Wektor
jednostkowy
Długość = 1

$$\bar{P} = \bar{P}_x + \bar{P}_y$$

$$\bar{P} = P_x \cdot \bar{i} + P_y \cdot \bar{j}$$



Składowe siły w przestrzennym układzie kartezjańskim



$$\bar{P} = \bar{P}_x + \bar{P}_y + \bar{P}_z$$

$$\bar{P} = P_x \cdot \bar{i} + P_y \cdot \bar{j} + P_z \cdot \bar{k}$$

$$\bar{P} = P \cdot (\bar{i} \cdot \cos \theta_x + \bar{j} \cdot \cos \theta_y + \bar{k} \cdot \cos \theta_z)$$

$$P_x = P \cdot \cos \theta_x$$

$$P_y = P \cdot \cos \theta_y$$

$$P_z = P \cdot \cos \theta_z$$

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2}$$

Aksjomaty statyki

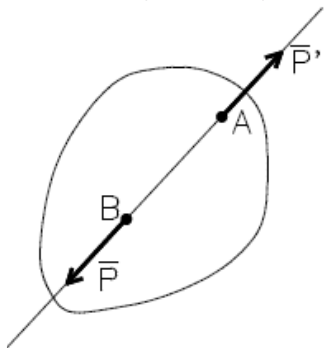


Aksjomat – czyli pewnik, nie jest możliwe jego udowodnienie teoretyczne, ale można wykazać jego słuszność za pomocą doświadczenia.

Aksjomat 1

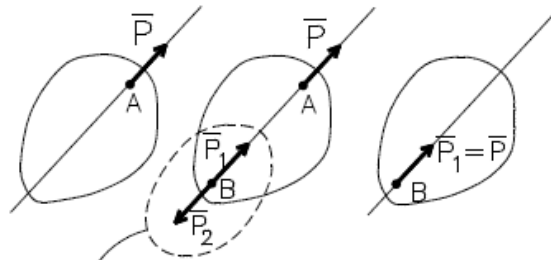
Siła jest wektorem związanym z prostą. Wynikają z tego następujące spostrzeżenia:

- *siłę można przesuwać wzdłuż linii jej działania;*
- *siły działające na punkt sumuje się wektorowo;*
- *dwie siły przyłożone do ciała sztywnego równoważą się (ich wypadkowa jest równa zero), gdy leżą na jednej prostej, są równe i przeciwnie skierowane;*
- *działanie układu sił nie zmieni się, gdy w dowolnym punkcie przyłożymy dwie siły równe, leżące na jednej prostej i przeciwnie skierowane (tzw. dwójka zerowa).*



Równowaga sił:

Wektorowo: $\vec{P} = -\vec{P}'$



Zerowy układ sił

$$\vec{P}_1 = -\vec{P}_2$$

Aksjomaty statyki



Aksjomat 2

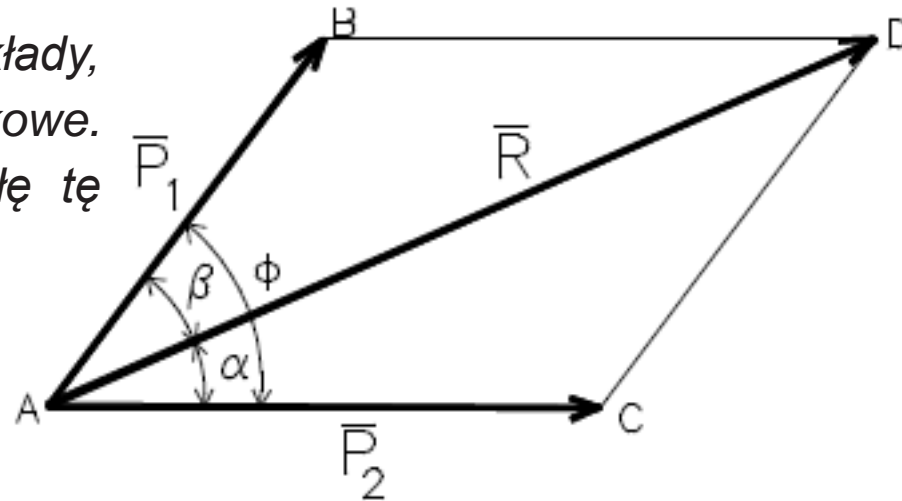
Każdemu działaniu towarzyszy równe co do wartości i przeciwnie skierowane wzdłuż tej samej prostej przeciwdziałanie (wynika z trzeciego prawa Newtona).

Aksjomat 3

Każde ciało nieswobodne możemy oswobodzić od więzów zastępując przy tym ich działanie odpowiednimi reakcjami. Dalej można rozpatrywać to ciało jako swobodne, podlegające działaniu wszystkich sił, łącznie z reakcjami.

Aksjomat 4

Równoważnymi układami sił nazywamy takie układy, których skutki działania na ten sam obiekt są jednakowe. Jeżeli układ sił da się zastąpić jedną siłą to siłę tę nazywamy wypadkową.



Typy układów w mechanice



Układ sił na płaszczyźnie (2D)

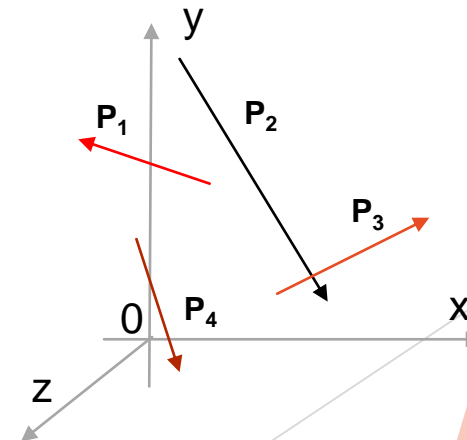
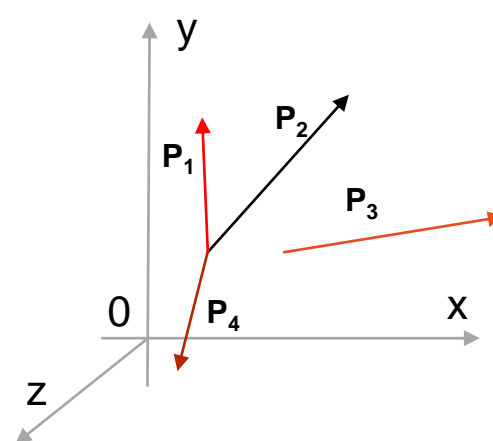
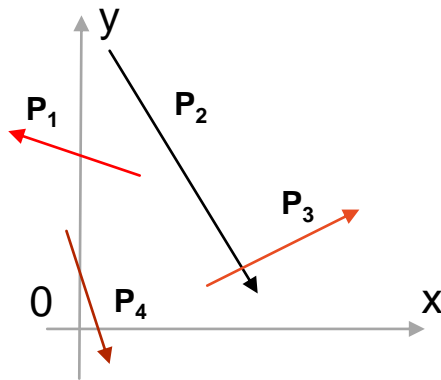
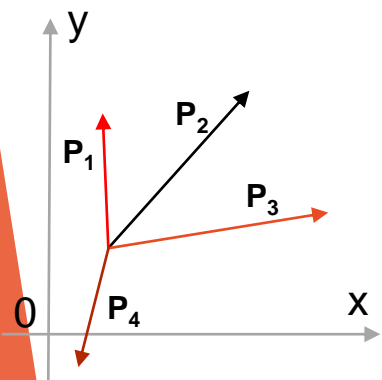
Układ sił w przestrzeni (3D)

Płaski zbieżny
układ sił

Płaski dowolny
układ sił

Przestrzenny zbieżny
układ sił

Przestrzenny
dowolny układ sił



Płaski zbieżny układ sił

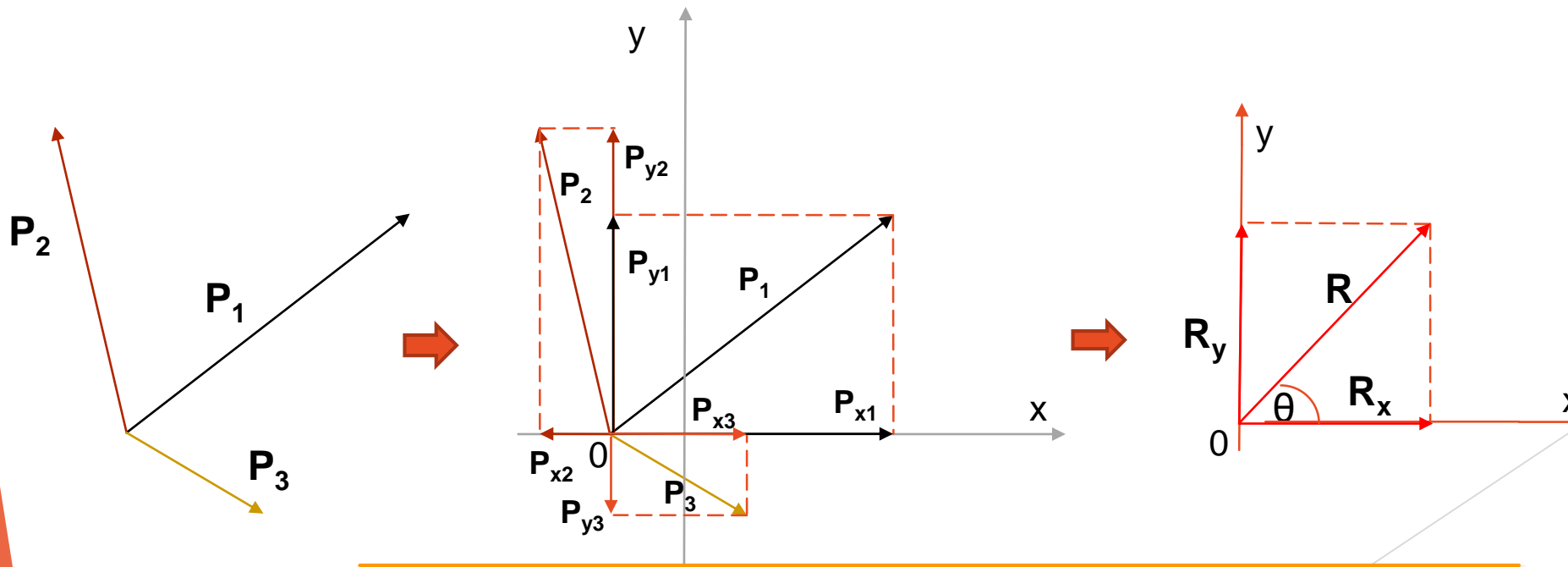


$$R_x = \sum P_x = P_{x1} + P_{x2} + P_{x3}$$

$$R_y = \sum P_y = P_{y1} + P_{y2} + P_{y3}$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{R_y}{R_x}$$



Warunki równowagi zbieżnego układu sił

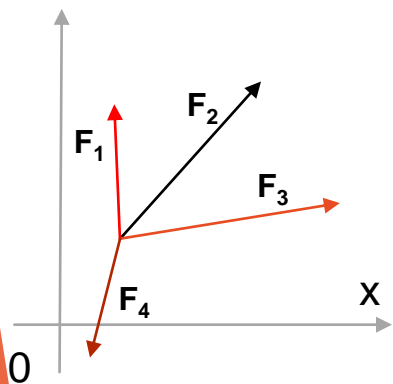


Układ zbieżny pozostaje w równowadze jeżeli wypadkowa wszystkich sił działających na ten układ jest równa zero.

$$\sum \bar{F} = 0$$

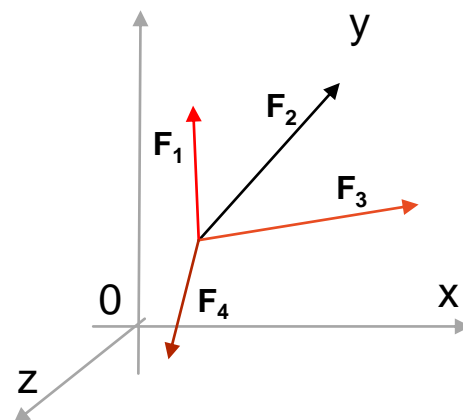
gdzie: $\sum \bar{F}$ jest sumą wektorów działających na układ.

Skalarne równania równowagi płaskiego zbieżnego układu sił.



$$\begin{aligned}\sum F_x &= 0 \\ \sum F_y &= 0\end{aligned}$$

Skalarne równania równowagi przestrzennego zbieżnego układu sił.



$$\begin{aligned}\sum F_x &= 0 \\ \sum F_y &= 0 \\ \sum F_z &= 0\end{aligned}$$

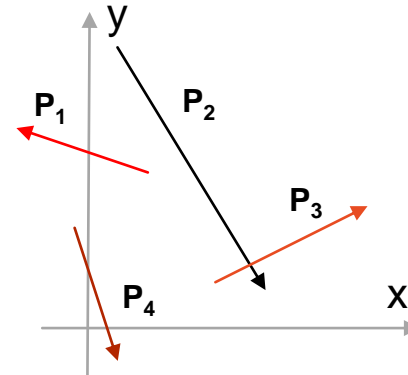
Warunki równowagi płaskiego dowolnego układu sił



$$\sum F_x = 0$$

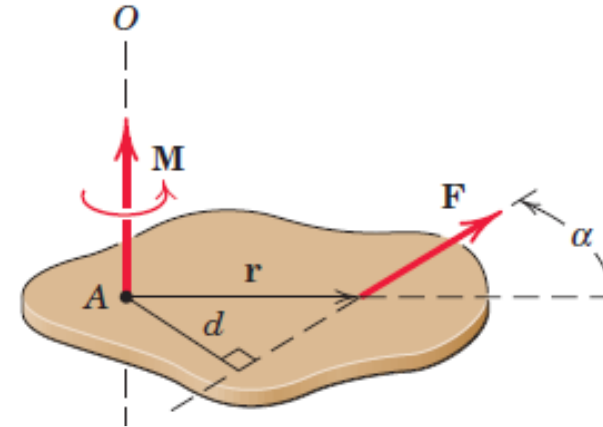
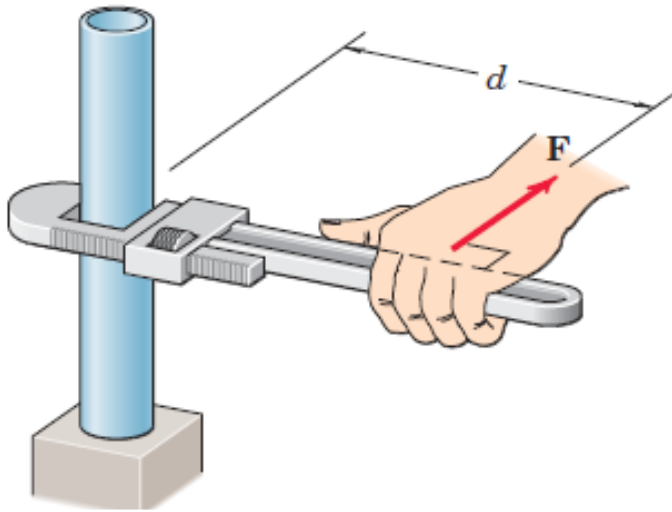
$$\sum F_y = 0$$

$$\sum M_0 = 0$$



Płaski dowolny układ sił

Moment siły



$$\vec{M}_0 = \vec{r} \times \vec{F}$$

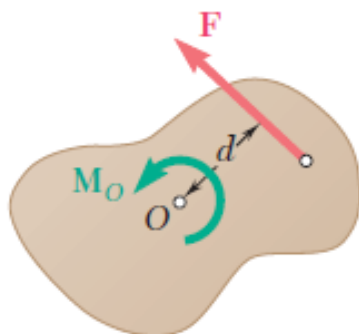
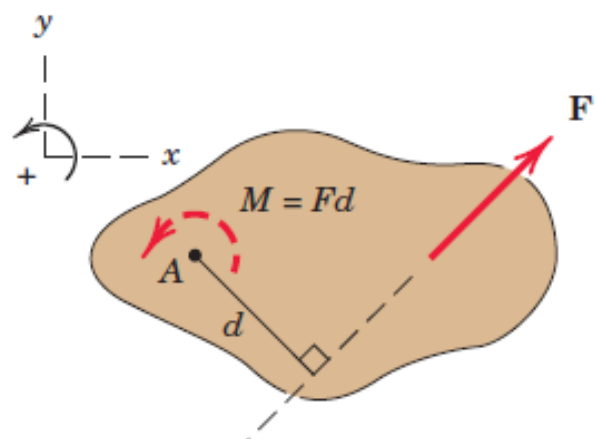
$$M_0 = F \cdot d$$

$$M_0 = F \cdot r \cdot \sin \alpha$$

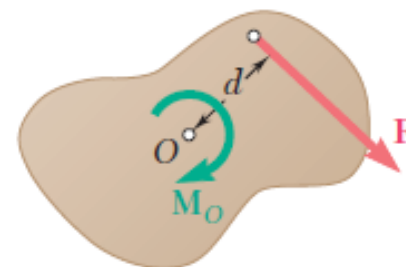
Moment siły \vec{F} względem punktu O to wektor, którego wartość bezwzględna równa jest iloczynowi wartości liczbowej siły F i ramienia tej siły d względem punktu O .



Znak momentu – reguła prawej dłoni

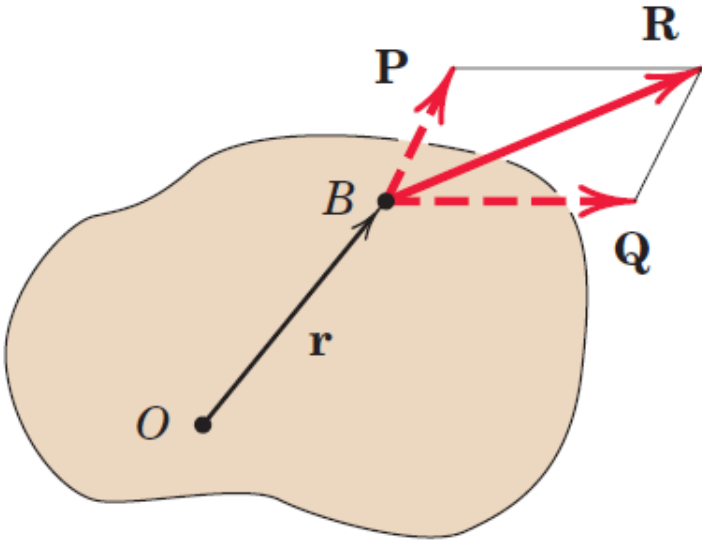


$$M_0 = +F \cdot d$$



$$M_0 = -F \cdot d$$

Moment układu sił



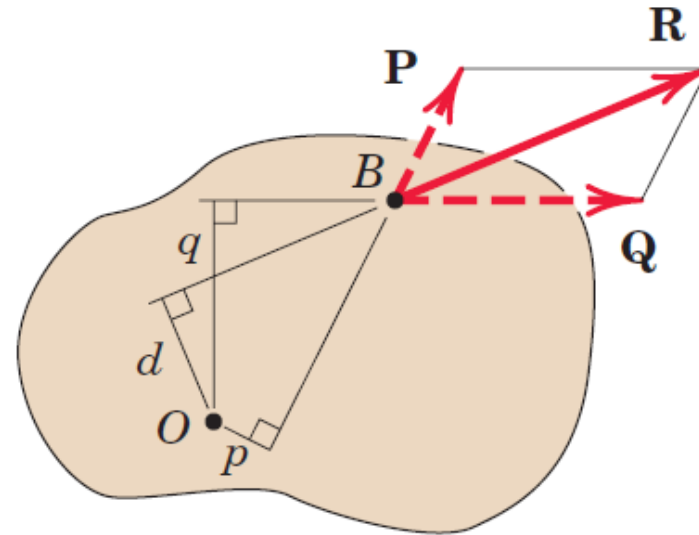
$$\bar{M}_0 = \bar{r} \times \bar{R}$$

$$\bar{R} = \bar{P} + \bar{Q}$$

$$\bar{r} \times \bar{R} = \bar{r} \times (\bar{P} + \bar{Q})$$

$$\bar{M}_0 = \bar{r} \times \bar{R} = \bar{r} \times \bar{P} + \bar{r} \times \bar{Q}$$

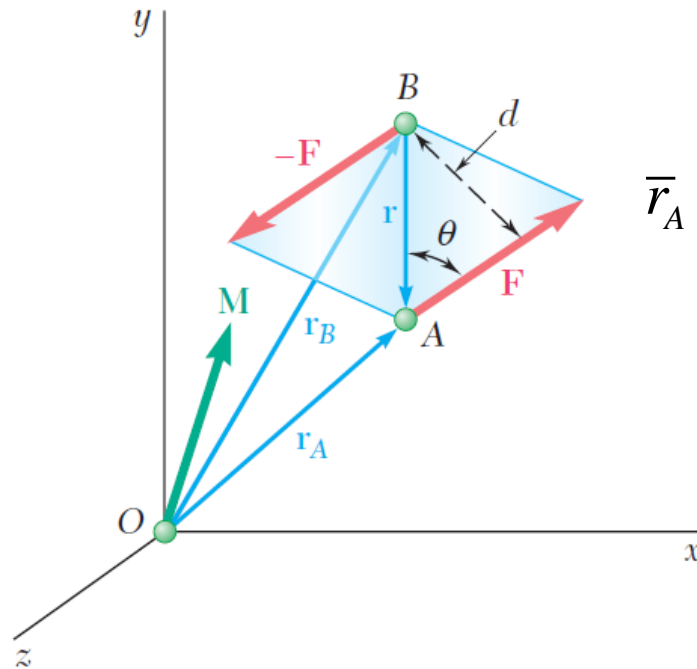
$$M_0 = R \cdot d = p \cdot P - q \cdot Q$$





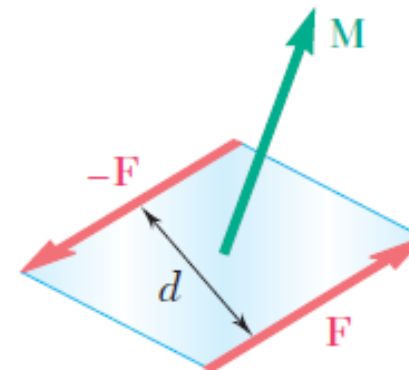
Para sił

Dwie siły F oraz $-F$ posiadające te same wartości, równoległe względem siebie i przeciwnie skierowane tworzą moment pary sił.



$$\vec{r}_A \times \vec{F} + \vec{r}_B \times (-\vec{F}) = (\vec{r}_A - \vec{r}_B) \times \vec{F}$$

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$



Wartość momentu pary sił $M = r \cdot F \cdot \sin \theta = F \cdot d$

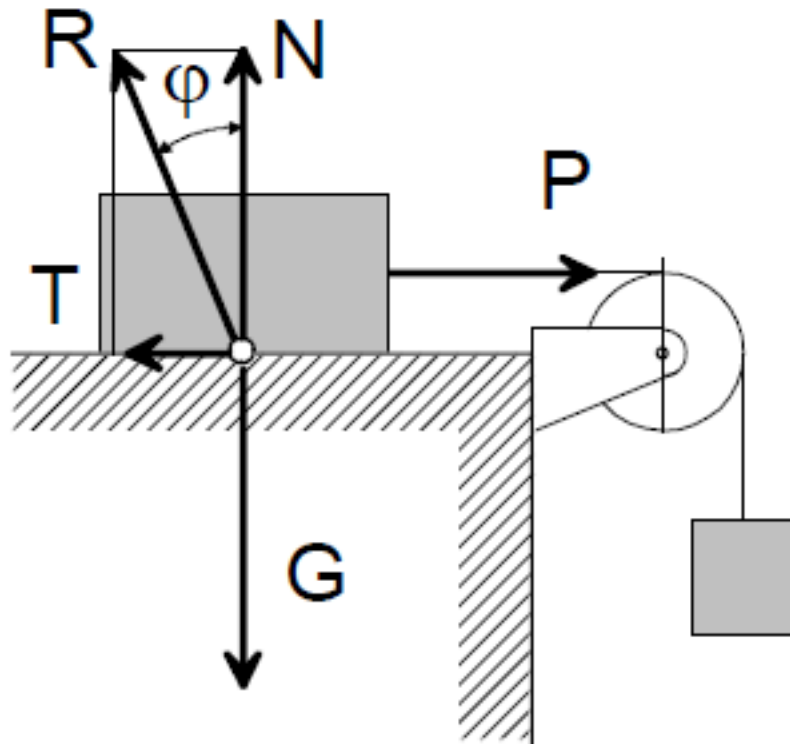
Moment pary siły



Własności pary sił:

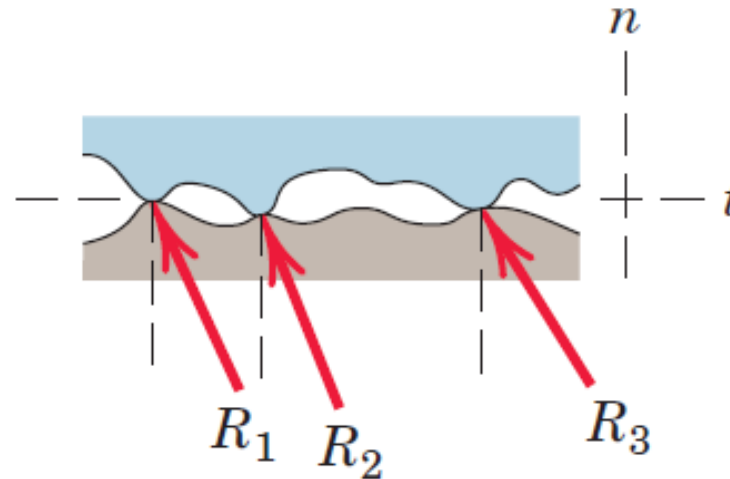
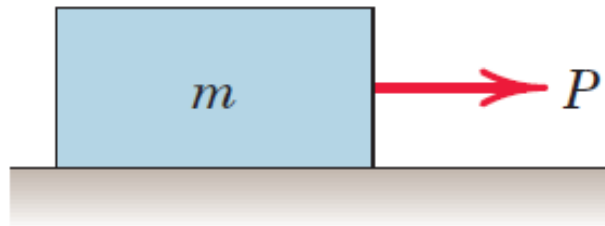
- *Rzut pary sił na dowolną oś jest równy zero.*
- *Moment pary sił nie zależy od punktu, względem którego jest liczony i równy jest iloczynowi siły przez odległość między siłami.*
- *Jedną parę sił możemy zastąpić inną pod warunkiem, że ich momenty będą równe co do wartości i znaku.*
- *Parę sił można dowolnie przesuwać w płaszczyźnie jej działania i równoległe względem tej płaszczyzny (moment pary sił jest wektorem swobodnym).*
- *Dowolna liczba par sił działających w jednej płaszczyźnie może być zastąpiona jedną parą sił, przy czym moment pary wypadkowej musi być równy sumie momentów poszczególnych par sił.*

Charakterystyka tarcia suchego

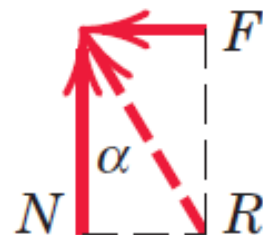
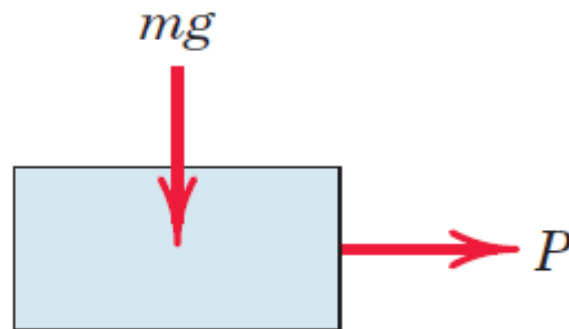


Tarcie to całokształt zjawisk występujących pomiędzy stykającymi się ciałami stałymi spowodowanych działaniem siły normalnej (naciskiem wywołanym poprzez ciężar ciała) i stycznej (wywołanej przemieszczaniem).

Tarcie suche – mechanizm powstawania



$$F_s = \mu_s \cdot N$$



Podział tarcia



Ze względu na środowisko:

- *suche,*
- *półpłynne (mieszane),*
- *płynne (rozwinięte).*

Ze względu na charakter ruchu:

- *ślizgowe,*
- *toczne.*

Tarcie statyczne (spoczynkowe) – *tarcie pomiędzy ciałami, które nie przemieszczają się między sobą.*

Tarcie kinetyczne (ruchowe) – *tarcie (ślizgowe lub toczne), występuje pomiędzy wzajemnie przemieszczającymi się powierzchniami.*

Prawa tarcia Coulomba



Siła tarcia posuwistego leży w płaszczyźnie poruszających się ciał i jest skierowana w kierunku możliwego przesuwu ciała.

Siła tarcia jest niezależna od pola powierzchni stykających się ciał. Zależy jedynie od materiału, jego właściwości fizycznych, temperatury, smarowania, wilgotności, itp..

Maksymalna siła tarcia jest proporcjonalna do wielkości reakcji normalnej.

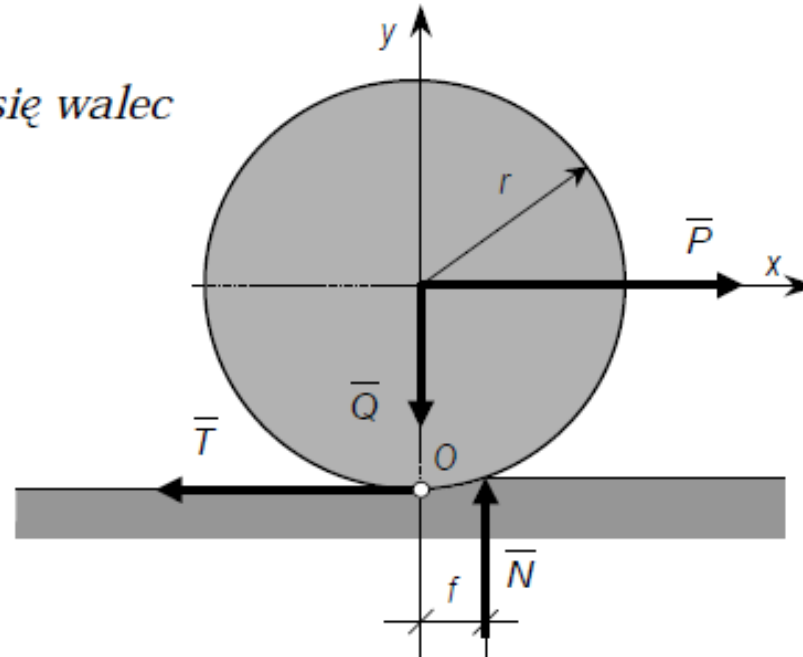
Skutki tarcia



- *Opór wzajemnego przemieszczania się ciał;
Pożyteczny (hamowanie, przyczepność)
Niekorzystny (straty energii).*
- *Zużycie trących powierzchni.*
- *Wzrost temperatury.*
- *Powstawanie produktów zużycia.*

Tarcie toczone

Siły działające na toczący się walec



$$\sum M_O = 0$$

$$-P \cdot r + N \cdot f = 0$$

Skąd:

$$P = N \cdot \frac{f}{r}$$

Podczas toczenia walca po płaszczyźnie mamy do czynienia z oporami toczenia. Tłumaczy się je odkształcalnością podłoża jak i samego walca. W związku z tym zjawiskiem reakcja normalna podłoża jest przesunięta o wielkość f .



Tarcie toczone



$$\sum F_x = 0$$

$$P - T = 0$$

Skąd:

$$P = T$$

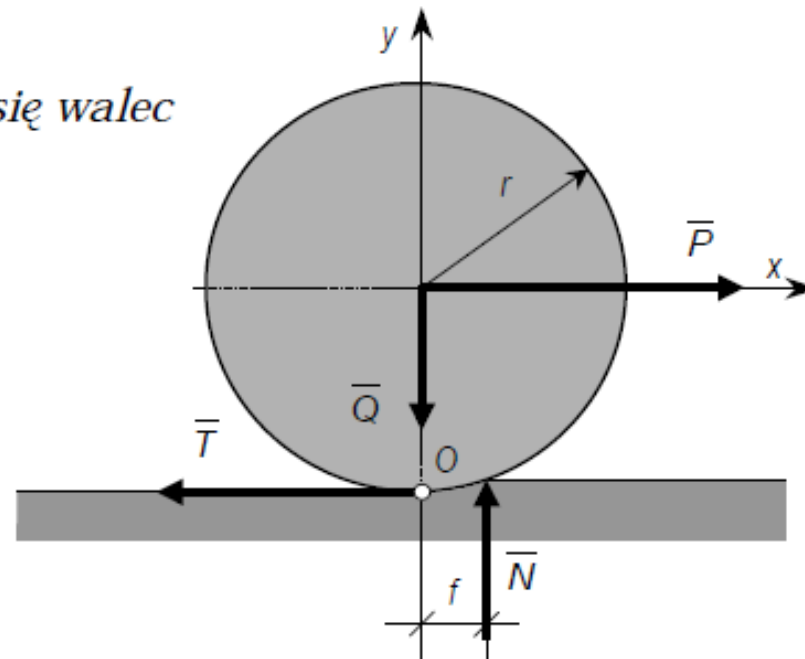
$$\sum F_y = 0$$

$$N - Q = 0$$

Skąd:

$$N = Q$$

Siły działające na toczący się walec



Środki ciężkości



Zagadnienie wyznaczania środków ciężkości brył, figur płaskich i linii wiąże się ściśle z zagadnieniem wyznaczania środka sił równoległych, gdyż najczęściej spotykanym przykładem sił równoległych są siły ciężkości (tj. siły przyciągania cząstek ciała materialnego przez kulę ziemską), skierowane prosto do środka ziemi.

Siły te możemy traktować jako równoległe, gdyż wymiary ciał rozpatrywanych w zastosowaniach technicznych są bardzo małe w porównaniu z promieniem kuli ziemskiej.

Siły ciężkości są szczególnym przypadkiem sił objętościowych, a więc działają na każdy element objętości danego ciała.

Środki ciężkości - wzory



Układ 1D (np. pręt)

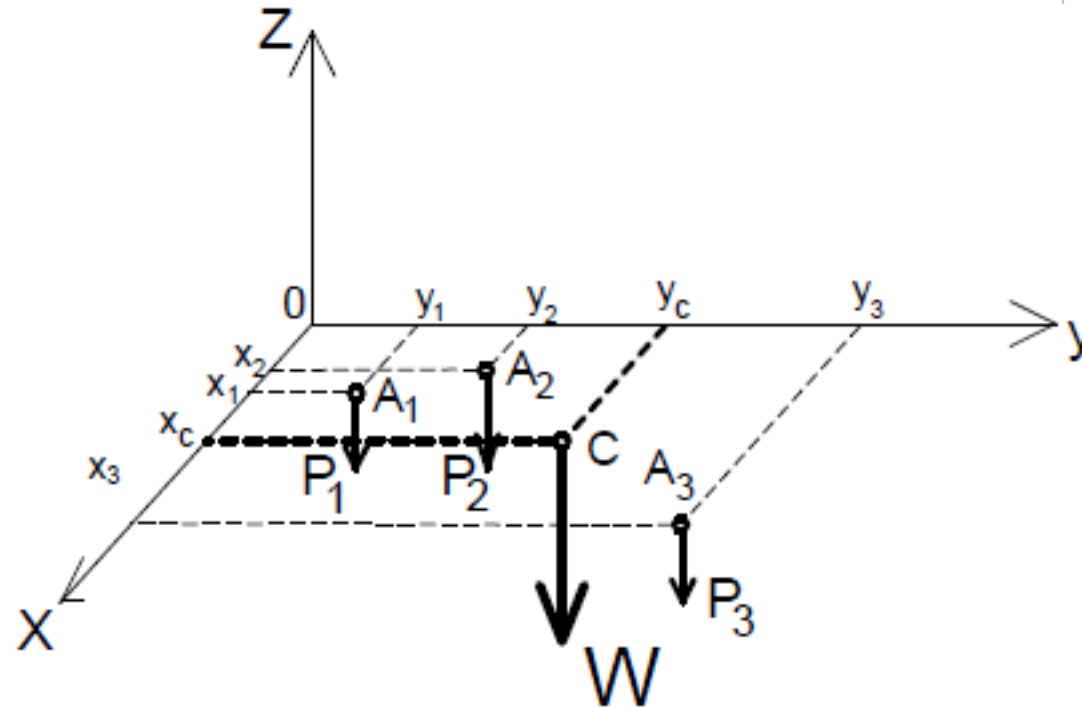
$$x_C = \frac{\sum L_i \cdot x_i}{\sum L_i}$$

Układ 2D
(np. figura płaska)

$$x_C = \frac{\sum A_i \cdot x_i}{\sum A_i}$$

Układ 3D
(np. bryła)

$$x_C = \frac{\sum V_i \cdot x_i}{\sum V_i}$$



Środki ciężkości - twierdzenia

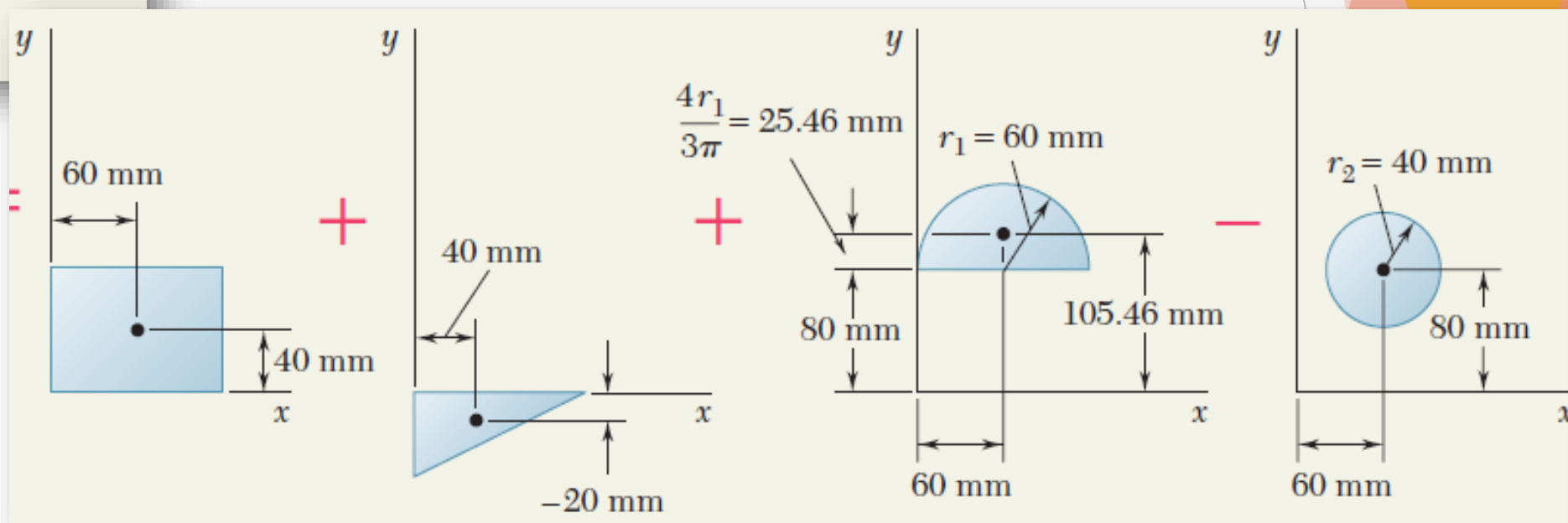
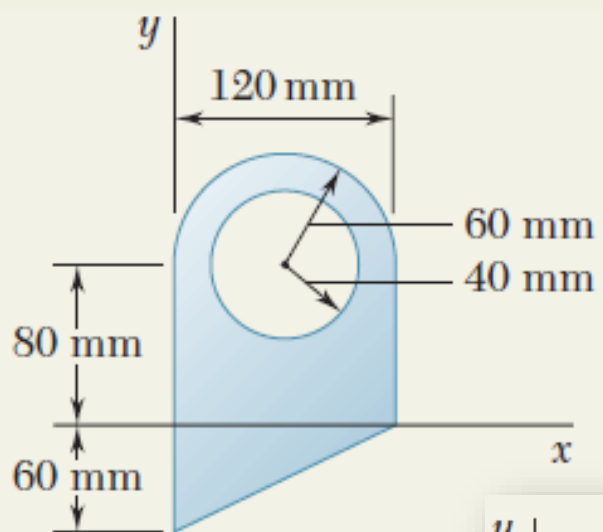


Przy wyznaczaniu środków ciężkości bardzo pomocne są pewne twierdzenia, podane poniżej:

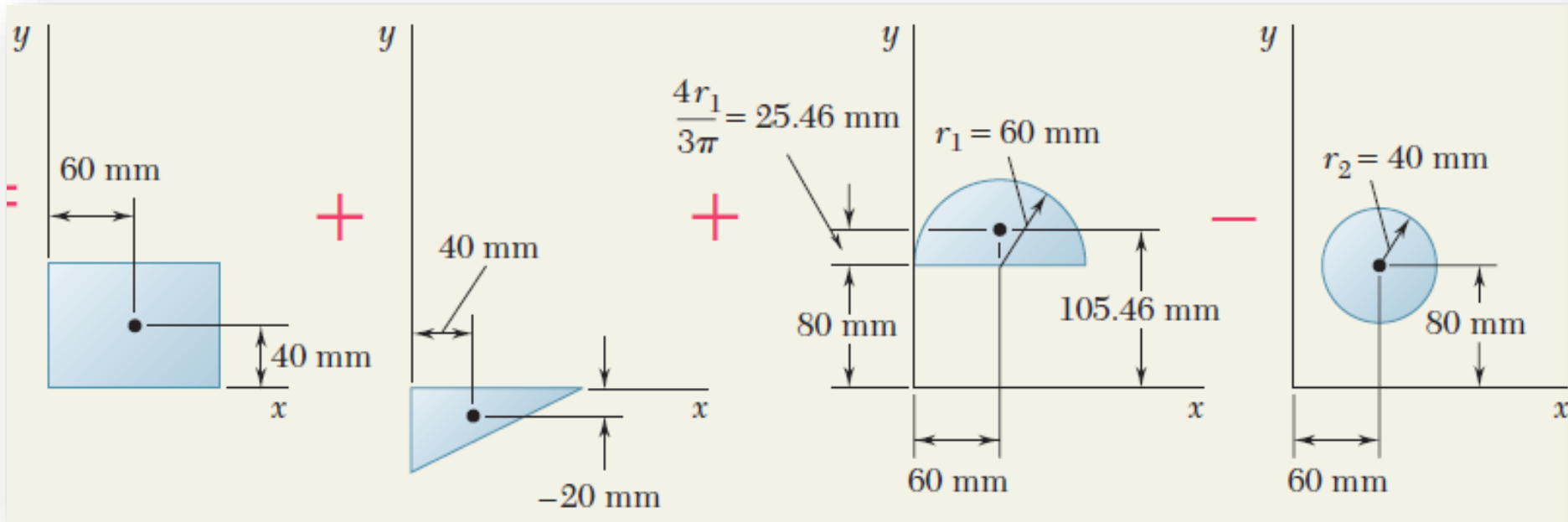
- środek ciężkości układu (bryła figura płaska lub linia) mającego środek symetrii leży w tym środku;
- jeżeli układ ma płaszczyznę symetrii, to środek ciężkości leży na tej płaszczyźnie;
- jeżeli układ ma oś symetrii, to środek ciężkości leży na tej osi;
- jeżeli układ ma dwie lub więcej osi symetrii, to środek ciężkości leży w punkcie przecięcia się tych osi;
- rzut środka ciężkości figury płaskiej na płaszczyznę jest środkiem ciężkości rzutu tej figury na daną płaszczyznę.



Przykład – środek ciężkości



Przykład – środek ciężkości



A, mm^2	\bar{x}, mm	\bar{y}, mm	$\bar{x}A, \text{mm}^3$	$\bar{y}A, \text{mm}^3$
$(120)(80) = 9.6 \times 10^3$	60	40	$+576 \times 10^3$	$+384 \times 10^3$
$\frac{1}{2}(120)(60) = 3.6 \times 10^3$	40	-20	$+144 \times 10^3$	-72×10^3
$\frac{1}{2}\pi(60)^2 = 5.655 \times 10^3$	60	105.46	$+339.3 \times 10^3$	$+596.4 \times 10^3$
$-\pi(40)^2 = -5.027 \times 10^3$	60	80	-301.6×10^3	-402.2×10^3
$\Sigma A = 13.828 \times 10^3$			$\Sigma \bar{x}A = +757.7 \times 10^3$	$\Sigma \bar{y}A = +506.2 \times 10^3$

$$x_C = 54,8$$

$$y_C = 36,6$$

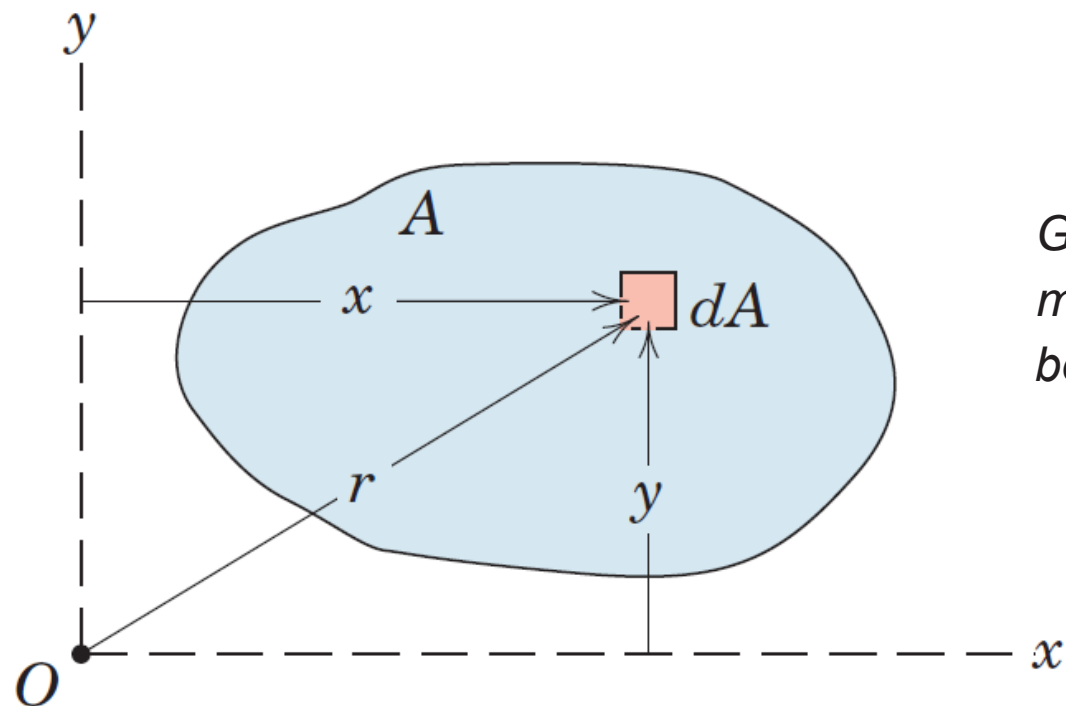
Momenty bezwładności



$$dI_x = y^2 dA$$

Definicja:

$$dI_y = x^2 dA$$



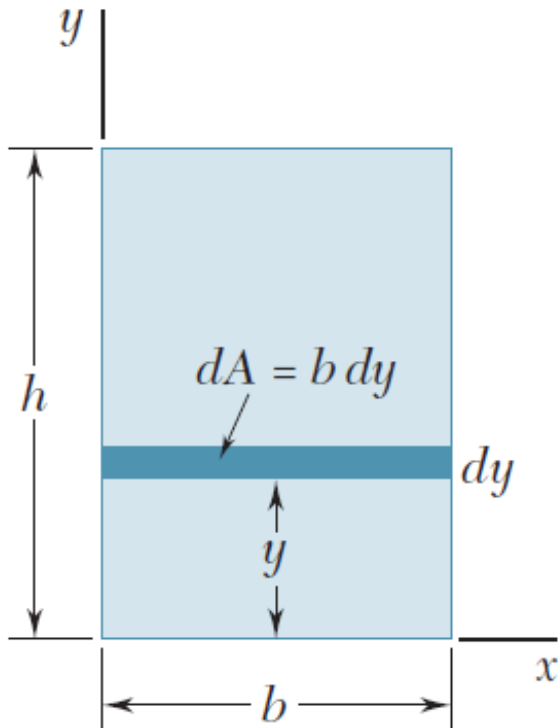
Geometryczny
moment
bezwładności:

$$I_x = \int y^2 dA$$

$$I_y = \int x^2 dA$$



Momenty bezwładności (przykład prostokąta)



Definicja: $dI_x = y^2 dA$

$$dA = b \cdot dy$$

$$dI_x = y^2 b dy$$

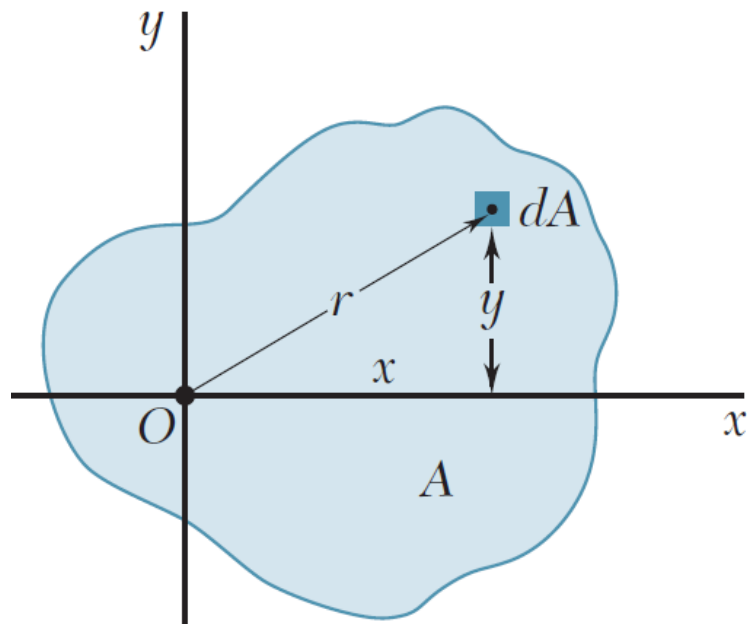
$$I_x = \int_0^h y^2 b dy$$

Geometryczny moment bezwładności: $I_x = \frac{1}{3} b h^3$

Biegunowy moment bezwładności



$$I_o = \int r^2 dA$$

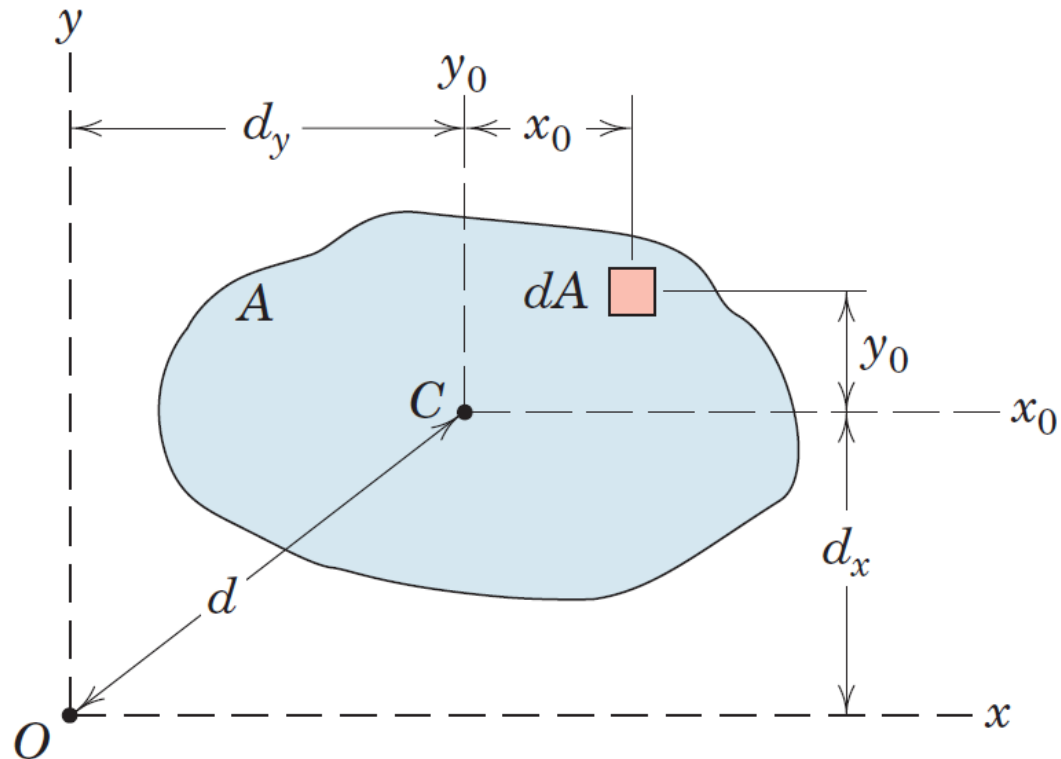


$$I_o = \int r^2 dA = \int (x^2 + y^2) dA = \int y^2 dA + \int x^2 dA$$

$$I_o = I_x + I_y$$



Transformacja do innego układu



$$dI_x = (y_0 + d_x)^2 dA$$

$$I_x = \int y_0^2 dA + 2d_x \int y_0 dA + d_x^2 \int dA$$

$$\int y_0^2 dA = I_{x_0}$$

$$2d_x \int y_0 dA = 0$$

$$d_x^2 \int dA = d_x^2 A$$

$$I_x = I_{x_0} + d_x^2 A$$

Momenty bezwładności – typowe figury



	$\bar{I}_{x'} = \frac{1}{12}bh^3$ $\bar{I}_{y'} = \frac{1}{12}b^3h$ $I_x = \frac{1}{3}bh^3$ $I_y = \frac{1}{3}b^3h$ $J_C = \frac{1}{12}bh(b^2 + h^2)$		$I_x = I_y = \frac{1}{8}\pi r^4$ $J_O = \frac{1}{4}\pi r^4$
	$\bar{I}_{x'} = \frac{1}{36}bh^3$ $I_x = \frac{1}{12}bh^3$		$I_x = I_y = \frac{1}{16}\pi r^4$ $J_O = \frac{1}{8}\pi r^4$
	$\bar{I}_x = \bar{I}_y = \frac{1}{4}\pi r^4$ $J_O = \frac{1}{2}\pi r^4$		$\bar{I}_x = \frac{1}{4}\pi ab^3$ $\bar{I}_y = \frac{1}{4}\pi a^3b$ $J_O = \frac{1}{4}\pi ab(a^2 + b^2)$

Matematyczny opis ruchu punktu



Ruchem punktu nazywamy zmianę położenia punktu w czasie, względem wybranego układu odniesienia (np. Ziemia).

Równania ruchu punktu są to współrzędne punktu (względem wybranego układu współrzędnych) podane w funkcji czasu.

$$x = x(t)$$

$$y = y(t)$$

$$z = z(t)$$

Tor punktu jest to krzywa łącząca miejsca geometryczne chwilowych położeń poruszającego się punktu.

Równania ruchu punktu są to jednocześnie równania parametryczne toru punktu. Nieparametryczne równanie krzywej po której porusza się punkt można otrzymać po redukcji parametru t z równań toru punktu.

Wektor wodzący

Wektor wodzący punktu jest to wektor którego początkiem jest początek wybranego układu współrzędnych a koniec jest związany z poruszającym się punktem.

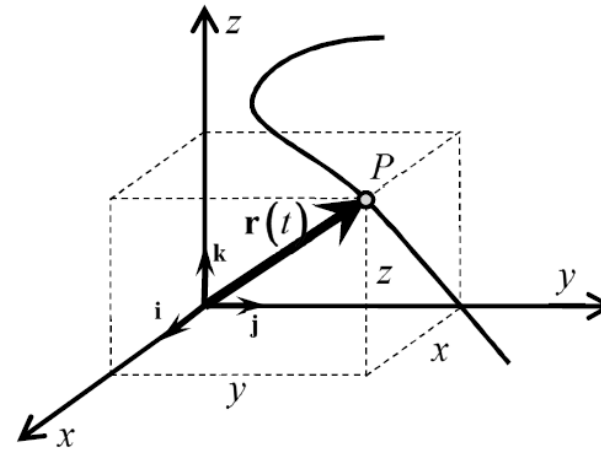
Ruch punktu można określić zmiennym w czasie wektorem wodzącym.

Wektor wodzący jest wektorową funkcją czasu:

$$\bar{r} = \bar{r}(t)$$

$$\bar{r} = x(t) \cdot \bar{i} + y(t) \cdot \bar{j} + z(t) \cdot \bar{k}$$

Współrzędne wektora wodzącego są jednocześnie równaniami ruchu punktu. Tor ruchu punktu jest jednocześnie hodografem wektora wodzącego.



Prędkość punktu materialnego

Pierwsza pochodna względem czasu, wektora wodzącego jest równa prędkości ruchu punktu materialnego.

$$\bar{V} = \frac{d\bar{r}}{dt} = \dot{\bar{r}}$$

$$\bar{r} = x(t) \cdot \bar{i} + y(t) \cdot \bar{j} + z(t) \cdot \bar{k}$$

$$\bar{V} = \dot{\bar{r}} = \dot{x}(t) \cdot \bar{i} + \dot{y}(t) \cdot \bar{j} + \dot{z}(t) \cdot \bar{k}$$

$$\bar{V} = V_x \cdot \bar{i} + V_y \cdot \bar{j} + V_z \cdot \bar{k}$$

$$|\bar{V}| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$$



Przyspieszenie punktu materialnego

Chwilowe przyspieszenie punktu materialnego jest równe pochodnej wektora prędkości względem czasu.

$$\bar{a} = \frac{d\bar{V}}{dt} = \dot{\bar{V}} = \frac{d^2\bar{r}}{dt^2} = \ddot{\bar{r}}$$

$$\bar{a} = \ddot{\bar{r}} = \ddot{x}(t) \cdot \bar{i} + \ddot{y}(t) \cdot \bar{j} + \ddot{z}(t) \cdot \bar{k}$$

$$\bar{a} = \dot{\bar{r}} = \dot{V}_x \cdot \bar{i} + \dot{V}_y \cdot \bar{j} + \dot{V}_z \cdot \bar{k}$$

$$\bar{a} = a_x \cdot \bar{i} + a_y \cdot \bar{j} + a_z \cdot \bar{k}$$

$$|\bar{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$





Prędkość i przyspieszenie punktu materialnego - przykład

Równanie ruchu punktu materialnego:

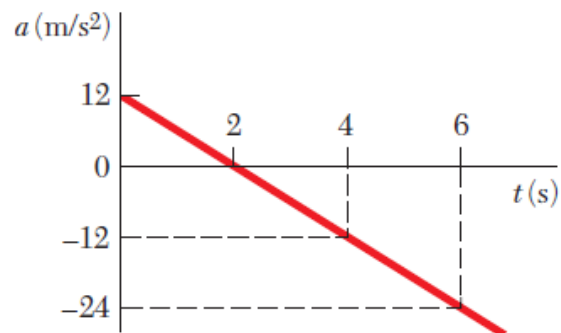
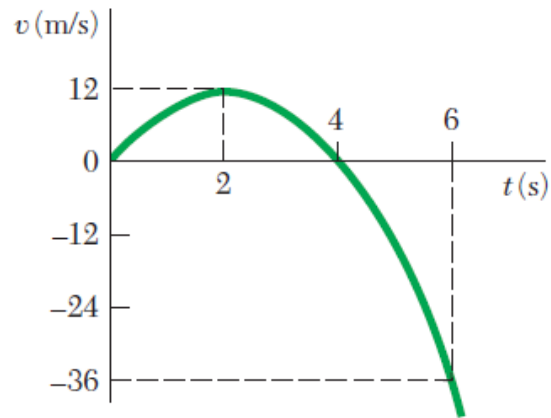
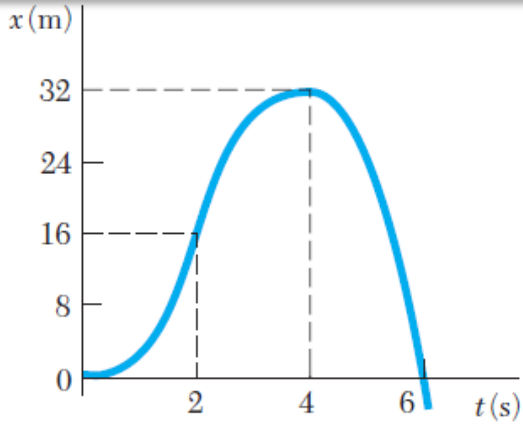
$$x(t) = 6t^2 - t^3$$

gdzie: t oznacza czas w sekundach oraz $x(t)$ drogę wyrażoną w metrach. Prędkość $V(t)$ jest wyznaczana jako pochodna czasowa drogi $x(t)$:

$$V(t) = \frac{dx(t)}{dt} = 12t - 3t^2$$

Przyspieszenie $a(t)$ jest wyznaczane jako pochodna czasowa prędkości $V(t)$:

$$a(t) = \frac{dV(t)}{dt} = 12 - 6t$$



Przyspieszenie w ruchu krzywoliniowym

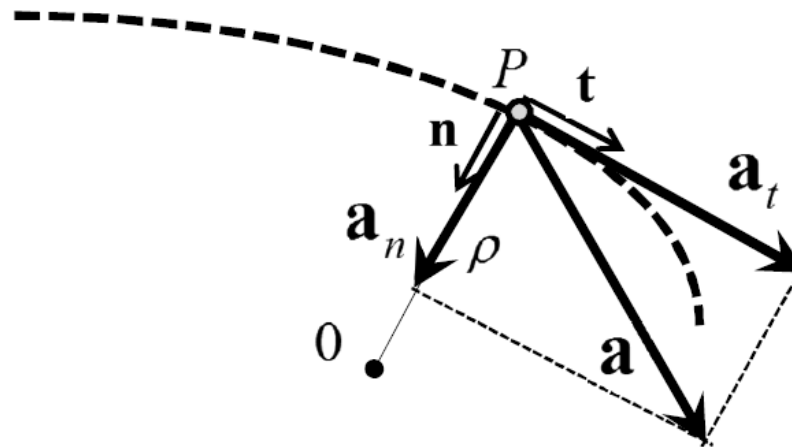
Całkowite przyspieszenie punktu materialnego w ruchu krzywoliniowym jest równe sumie składowych przyspieszenia na kierunku stycznym i normalnym do toru ruchu.

$$\bar{a} = \bar{a}_t + \bar{a}_n$$

$$\bar{a} = \frac{dV}{dt} \bar{t} + \frac{V^2}{\rho} \bar{n}$$

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

$$a = \sqrt{\left(\frac{dV}{dt}\right)^2 + \frac{V^2}{\rho}}$$



Dynamika punktu materialnego



Dynamika to dział mechaniki, w którym bada się związki między wzajemnymi oddziaływaniami ciał i zmianami ich ruchu. Zajmuje się siłami działającymi na ciała i źródłami tych sił.

Punkt materialny to ciało, którego rozmiary są do zaniedbania w danym zagadnieniu dynamiki. Zaniedbujemy również rozkład przestrzenny masy tego ciała.

W bardzo wielu zagadnieniach, w których wymiary ciała nie są do pominięcia, możemy również stosować zasady dynamiki punktu materialnego w odniesieniu do środka masy tego ciała (jeśli uwzględniamy tylko ruch postępowy ciała). W przypadku ruchu obrotowego wymiary poruszającego się ciała nie mogą być pominięte.

Prawa Newtona



I prawo

Punkt materialny, na który nie działa żadna siła pozostaje w spoczynku lub porusza się ruchem jednostajnym po linii prostej. (*Prawo bezwładności – fundamentalna własność materii*)

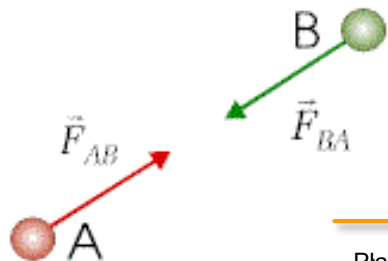
II prawo

Przyspieszenie punktu materialnego jest proporcjonalne do siły działającej na ten punkt i ma kierunek siły. (*W przypadku najbardziej ogólnym wszystkie te wielkości mogą być zależne od czasu*)

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

III prawo

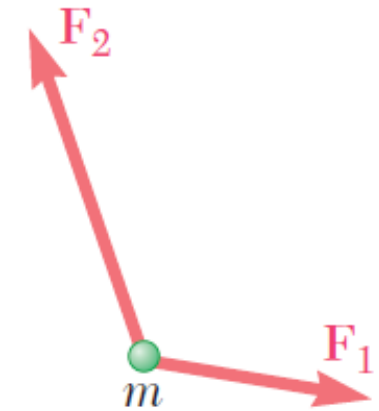
Siły wzajemnego oddziaływania dwóch punktów materialnych są równe co do wartości i są przeciwnie skierowane wzdłuż prostej łączącej oba punkty. (*Zasada akcji i reakcji*)



Druga zasada Newtona



$$\sum \bar{F} = m \cdot \bar{a}$$



=



$$\sum (F_x \cdot \bar{i} + F_y \cdot \bar{j} + F_z \cdot \bar{k}) = m(a_x \cdot \bar{i} + a_y \cdot \bar{j} + a_z \cdot \bar{k})$$

$$\sum F_x = m \cdot a_x; \quad \sum F_y = m \cdot a_y; \quad \sum F_z = m \cdot a_z$$

$$\sum F_x = m \cdot \ddot{x}; \quad \sum F_y = m \cdot \ddot{y}; \quad \sum F_z = m \cdot \ddot{z}$$

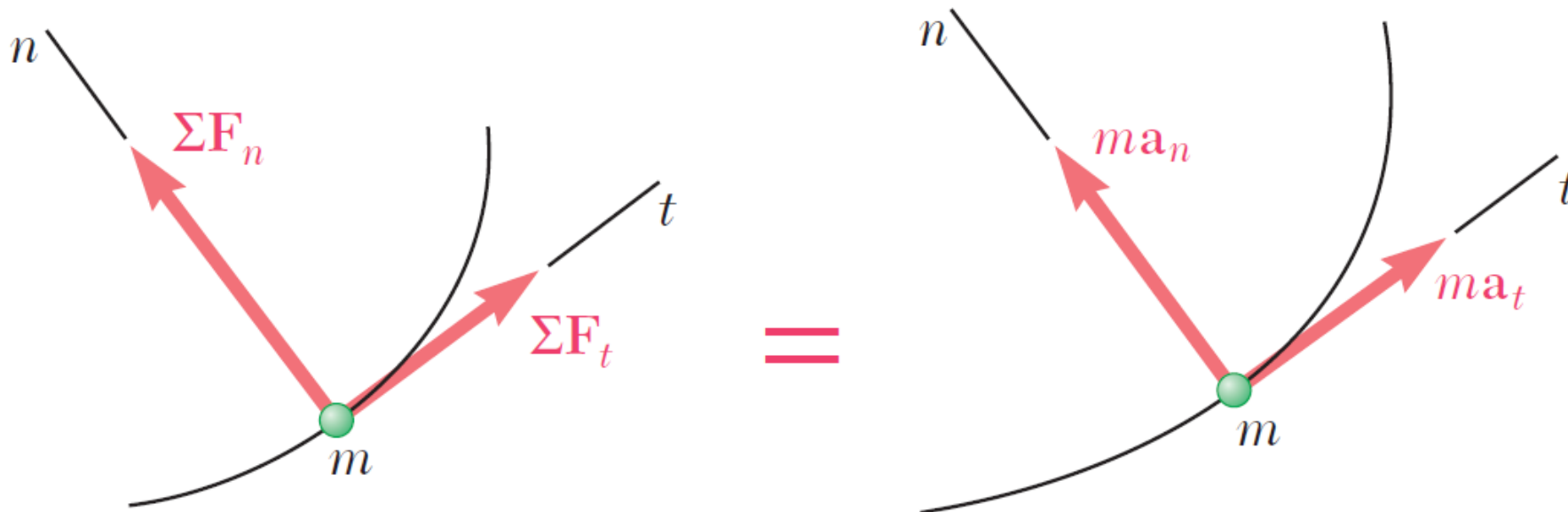
Dynamika ruchu obrotowego

$$\sum F_t = m \cdot a_t$$

$$\sum F_n = m \cdot a_n$$

$$\sum F_t = m \cdot \frac{dV}{dt}$$

$$\sum F_n = m \cdot \frac{V^2}{\rho}$$



Literatura

- 1) *F.P.Beer, E.R.Johnston, D.F.Mazurek, P.J.Cornwell, E.R.Eisenberg: Vector Mechanics for Engineers, Statics and Dynamics.*
- 2) *J.Leyko: Mechanika Ogólna.*
- 3) *J.Kubik, J.Mielniczuk, A.Wilczyński: Mechanika Techniczna.*
- 4) *T.Niezdodziński: Mechanika Ogólna.*
- 5) *W.Kurnik: Wykłady z Mechaniki Ogólnej.*
- 6) *Z. Osiński: Teoria drgań.*
- 7) *J. Awrejcerewicz: Drgania deterministyczne układów dyskretnych.*



DZIĘKUJĘ ZA UWAGĘ !!!

Mechanika techniczna

POLITECHNIKA LUBELSKA
Katedra Mechaniki Stosowanej
dr inż. Andrzej Weremczuk

Projekt „Politechnika Lubelska - Regionalna Inicjatywa Doskonałości”
- finansowany ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego



Ministerstwo
Nauki
i Szkolnictwa
Wyższego

